奈良産業大学『産業と経済』第21巻第3・4号（2006年10月）233－250

進化ゲームにおける動学的均衡Ⅲ

山　下　雅　弘

1　序

1980年に，Axelrodは，繰り返し囚人のジレンマゲームにおいて，それぞれ1回ごとに協力（cooperate）と離反（defect）のどちらかの戦略を選択するコンピュータープログラムを各国のゲーム理論の専門家から募集した。それぞれのプログラムが各回の試合で得られる得点の合計によってプログラムの順位が決定された。

第1回選手権は，14名からの14個の応募作品と，協力と離反を等しい確率ででたらめに選択するという特徴をもつ「でたらめ」（random）戦略とが，互いに他と，また自分自身と対戦するリーグ戦（総当たり戦）形式でそれぞれ200試合行われた。この選手権で，心理学者のRapoportが応募した「おうむ返し」（tit-for-tat）戦略が優勝した。このおうむ返し戦略は，最初は協力し，その後は対戦相手が前回とった手番と同じものをとるという最も簡単な特徴をもつ戦略である。その後行われた同様の第2回選手権においても，Rapoportが応募した「おうむ返し」戦略が優勝した[1]。

Hirshleifer＝Coll（1988）は，動学方程式によって得られる「進化的均衡」（evolutionary equilibrium；EE）[2]について考察している。本稿では，さらに考えられうるおうむ返しの様々なヴァリエーションやその他の戦略を本文中のゲームの利得行列に第3の戦略として加えた場合に，進化的均衡がどのような特徴を示すのかについて考察し，協力的で高い利得の社会を創発させることを目指す。その場合，協力（ハト派）から離反（タカ派）にまで到る戦略を順に，比較的「気のいい」ものから「意地悪な」ものへ向けて構成し，いくつかの命題を得る。

2　動学モデル[3]

多数の同質の生物から形成される集団において，ある生物が他の生物と1対1で任意に遭遇する場合に，一方の生物のとる最善の戦略が相手のとる戦略に依存して決まるような状況を考える。そこでとりうる純粋戦略がL種類ある場合に，戦略iをとるプレーヤーの数をn_i，プレーヤーの総数を$N=\sum_i n_i$，戦略のシェアを示すベクトルを$p=(\mathrm{p}_1,\dots,\mathrm{p}_L)$とする。ただし，$p_i=n_i/N$は戦略$i$をとるプレーヤーの割合を表しているとする。このとき，

[1] Axelrod（1984）参照。
[2] 動学モデルの解が収束する自然淘汰の終着点として定義される。
[3] Taylor＝Jonker（1978），Zeeman（1981）等による。

$$\dot{p}_i/p_i=\dot{n}_i/n_i/-\dot{N}/N=\dot{n}_i/n_i-\sum_j(\dot{n}_j/n_j\cdot n_j/N)$$
$$=\dot{n}_i/n_i-\sum_j(p_j\cdot\dot{n}_j/n_j) \tag{1}$$

である。ここで，純粋戦略 j をとるプレーヤーの数の時間増加率がその戦略をとる時の期待利得 V_j に比例すると仮定すると[4]，

$$\dot{n}_j/n_j=kV_j \tag{2}$$

と表され，(2)式を(1)式に代入して整理すると，

$$\dot{p}_i=kp_i(V_i-V) \tag{3}$$

を得る。ただし，V は全体の平均期待利得 $(=\sum_j V_j p_j)$ を表しており，比例係数 k は動学過程における共通の反応速度を表している。

さらに，戦略 i をとるプレーヤーが各期に戦略 j に変える可能性を考慮に入れ[5]，その割合を m_{ij} とすると，戦略 i をとるプレーヤーの割合の変化 $\Delta^{mut}p_i$ は，

$$\Delta^{mut}p_i=-(\sum_{j\neq i} m_{ij})\,p_i+\sum_{j\neq i} m_{ji}\,p_j \tag{4}$$

となる。すべての m_{ij} と m_{ji} が共通の割合 m であると仮定すると，

$$\Delta^{mut}p_i=m(1-Lp_i) \tag{5}$$

を得る。(5)式を(3)式の右辺に加えると，

$$\dot{p}_i=kp_i(V_i-V)+m(1-Lp_i) \tag{6}$$

を得る。この(6)式をHirshleifer（2001）に沿って，以下の動学的均衡の分析に用いる。

3　2×2ゲームの動学的位相

この節ではまず，次のような利得行列について，動学的均衡分析を行う。

	C	D
C	0.5，0.5	−2，−1
D	−1，−2	−1.5，−1.5

表1

第1行（第1列），第2行（第2列）の戦略をそれぞれ戦略1，戦略2（以下同じ）とし，表1のようなゲームにおいては，

$$\dot{p}_1=kp_1(-2p_1^2+2.5p_1-0.5)+m(1-2p_1)$$
$$\dot{p}_2=kp_2(-2p_1^2+0.5p_1)+m(1-2p_2)$$

[4] 期待利得 V_j は，進化ゲームにおいて，「適応度」(fitness）とよばれるものである。
[5] Hirshleifer（2001）による。

より，$k=0.1$，$m=0.01$ のとき，次の図1のような位相図を描くことができる。
また，以下の図においても $k=0.1$，$m=0.01$ を用いる。

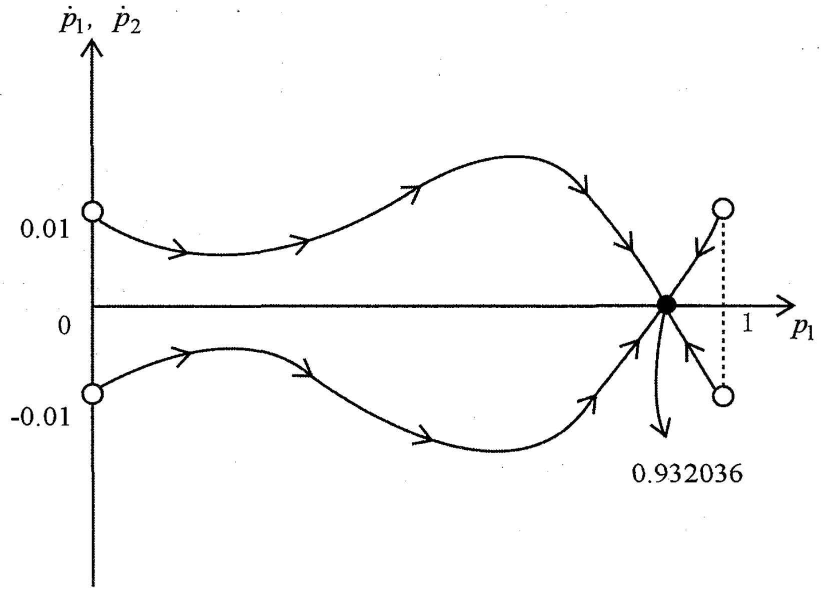


図1

図1が示すように，$\dot{p}_1$ を表す曲線は，$0\leq p_1<0.932036$の範囲では$\dot{p}_1>0$であるから，時間の経過とともに$p_1\geq 0$である限りp_1は増加して$p_1=0.932036$に到るが，$0.932036<p_1\leq 1$の範囲では$\dot{p}_1<0$であるから，$p_1\leq 1$である限りp_1は減少して$p_1=0.932036$に到る。また，$\dot{p}_2$を表す曲線は，$0\leq p_1<0.932036$の範囲で$\dot{p}_2<0$であるから，$p_2\leq 1$である限りp_2が減少していくのでp_1は増加して$p_1=0.932036$に到るが，$0.932036<p_1\leq 1$の範囲では$\dot{p}_2>0$であるから，$p_2\geq 0$である限りp_2が増加していくのでp_1は減少して$p_1=0.932036$に到る。したがって，$(p_1, p_2)=(0.932036, 0.067964)$が進化的均衡点になっていることがわかる。このとき，全体の平均期待利得は0.23738221である。

4　第３の戦略を加えて

この節では，考えられうる様々な戦略を，表1のゲームの利得行列に第3の戦略として加えた場合[6]に，進化的均衡がどのような特徴を示すのかについて考察していく。その場合，協力から離反にまで到る戦略を順に，比較的「気のいい」ものから「意地悪な」ものへ向けて構成し，命題を得る。第1行（第1列），第2行（第2列）の戦略をそれぞれ協力(C)，離反(D)とよんでおく。

[6] ここでいう第3の戦略は、2×2ゲームのジレンマ状況に直面する生物がとる戦略であると考えられうる。また、この状況に外部から入る生物がとる戦略であるとも解釈できる。

４．１

	C	D	C
C	0.5,　0.5	−2,　−1	0.5,　0.5
D	−1,　−2	−1.5,　−1.5	−1,　−2
C	0.5,　0.5	−2,　−1	0.5,　0.5

表2

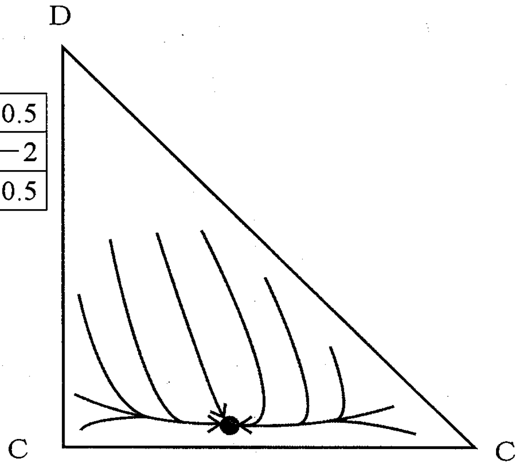


図2

表2は，2×2ゲームの利得行列に3行（3列）で表される第3の戦略（戦略3）として，「協力」戦略を加えたものである。この戦略は，相手が協力しても離反しても協力するという「気のいい」[7]戦略である。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_2^{\,2}+1.5p_2)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_2^{\,2}+3.5p_2-1.5)+m(1-3p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_2^{\,2}+1.5p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図2のようになる。辺や頂点を含めた直角二等辺三角形の内部の任意の点は，3種類の純粋戦略に関する分布を表している。横座標は戦略1をとる生物の割合 p_1 を，縦座標は戦略2をとる生物の割合 p_2 を，斜辺からの水平方向の（同じく垂直方向の）距離は戦略3をとる生物の割合 p_3 をそれぞれ表しており，以下の図においても同じである。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.468503, 0.0629938, 0.468503）となり，平均期待利得は0.255961236となる。

４．２

	C	D	R
C	0.5, 0.5	−2,　−1	−0.75,　−0.25
D	−1,　−2	−1.5,　−1.5	−1.25,　−1.75
R	−0.25,　−0.75	−1.75,　−1.25	−1,　−1

表3

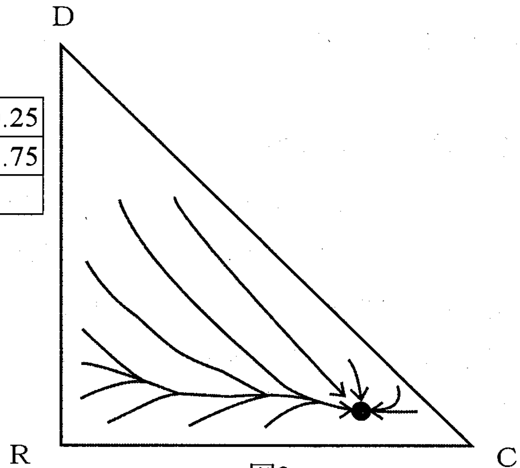


図3

[7] 第3の戦略として加えられる戦略は、図2のケースから性格順に、比較的「気のいい」ものから「意地悪な」ものになっていく。

表3は，第3の戦略として，「でたらめ」戦略を加えたものである。この戦略は，相手が協力すれば協力と離反を等しい確率ででたらめに選択し，相手が離反しても協力と離反を等しい確率ででたらめに選択するという戦略である。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-0.5p_1^2-0.5p_2^2+0.25p_1-0.25p_2+p_1p_2+0.25)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-0.5p_1^2-0.5p_2^2-0.75p_1+0.75p_2+p_1p_2-0.25)+m(1-3p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(-0.5p_1^2-0.5p_2^2-0.25p_1+0.25p_2+p_1p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図3のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.789218, 0.0745504, 0.136232）となり，平均期待利得は－0.029957511となる。

次に，おうむ返しをとるプレーヤーが協力と離反をとるプレーヤーの手番の特徴をただちに認識してただちに反応できるという仮定，さらに，おうむ返し戦略をとる生物同志が遭遇した場合にはお互いに相手の最初にとる協力戦略を認識できて，適切に反応できるという仮定[8]をおいて，進化的均衡がどのような特徴を示すのかについて考察していく。

4．3

	C	D	T
C	0.5，0.5	－2，－1	0.5，0.5
D	－1，－2	－1.5，－1.5	－1.025，－1.975
T	0.5，0.5	－1.975，－1.025	0.5，0.5

表4

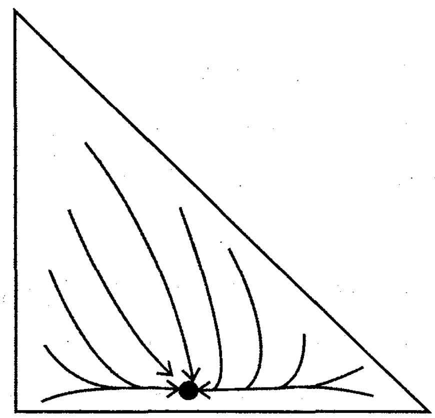


図4

表4は，第3の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば5％の確率で離反し，残りの95％の確率で協力する，おうむ返しの改変型戦略を加えたものである。また，自分が離反し，この第3の戦略に出会う場合には，利得は(0.95)(－1)＋(0.05)(－1.5)＝－1.025となり，離反する場合に第3の戦略から受ける罰(－1－(－1.025)＝0.025)が，通常のおうむ返しから受ける罰(－1－(－1.5)＝0.5)の5％になるものとする。以下の場合も同様である。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_2^2+1.5p_2)+m(1-3p_1)$$

[8] Hirshleifer＝Coll（1988, p. 374）

$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_2{}^2+0.025p_1+3.525p_2-1.525)+m(1-3p_2)$

$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_2{}^2+1.525p_2)+m(1-3p_3)$

であることより，動学を表す図は図4のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.467053, 0.0624631, 0.470484）となり，平均期待利得は0.257950876となる。

4．4

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.5, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.05, −1.95
T	0.5, 0.5	−1.95, −1.05	0.5, 0.5

表5

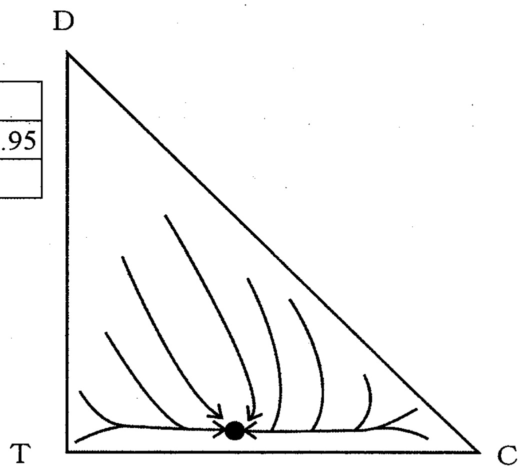


図5

表5は，第3の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば10%の確率で離反し，残りの90%の確率で協力する，「10%のおうむ返し」戦略を加えたものである。また，自分が離反し，この第3の戦略に出会う場合には，利得は(0.9)(−1)＋(0.1)(−1.5)＝−1.05となると考えられる。この場合，

$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_2{}^2+1.5p_2)+m(1-3p_1)$

$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_2{}^2+0.05p_1+3.55p_2-1.55)+m(1-3p_2)$

$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_2{}^2+1.55p_2)+m(1-3p_3)$

であることより，動学を表す図は図5のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.465625, 0.0619383, 0.472437）となり，平均期待利得は0.259919506となる。

4．5

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.5, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.2, −1.8
T	0.5, 0.5	−1.8, −1.2	0.5, 0.5

表6

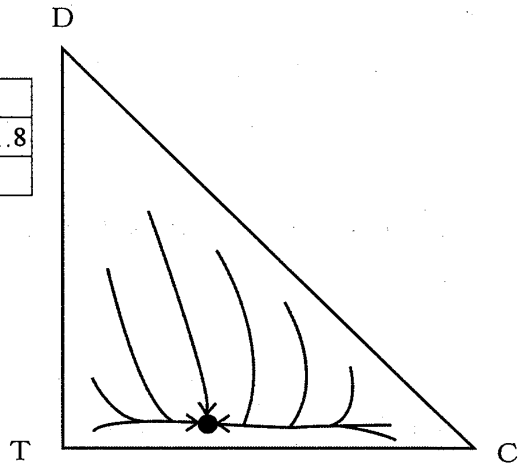


図6

表6は，第3の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば40%の確率で離反し，残りの60%の確率で協力する，「40%のおうむ返し」戦略を加えたものである。また，自分が離反し，この第3の戦略に出会う場合には，利得は(0.6)(−1)＋(0.4)(−1.5)＝−1.2となるものとする。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_2^2+1.5p_2)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_2^2+0.2p_1+3.7p_2-1.7)+m(1-3p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_2^2+1.7p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図6のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.457511, 0.0589113, 0.483578）となり，平均期待利得は0.271295882となる。

4．6

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.5, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.25, −1.75
T	0.5, 0.5	−1.75, −1.25	0.5, 0.5

表7

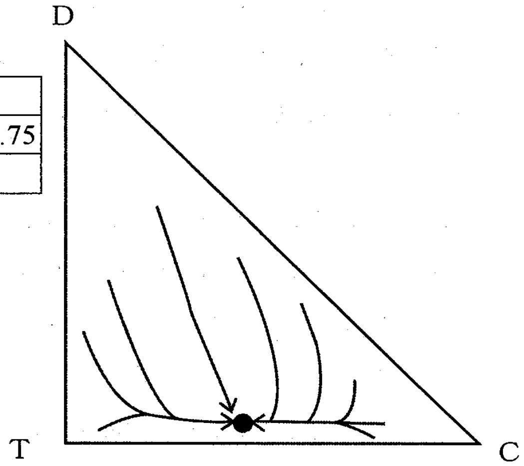


図7

表7は，第3の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば1/2の確率で離反し，1/2の確率で協力する「1/2のおうむ返し」戦略を加えたものである。自分が離反し，この第3の戦略に遭遇すると，利得は(1/2)(−1)＋(1/2)(−1.5)＝1.25となると考えられる。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_2^2+1.5p_2)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_2^2+0.25p_1+3.75p_2-1.75)+m(1-3p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_2^2+1.75p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図7のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.454973, 0.0579487, 0.487078）となり，平均期待利得は0.274921303となる。

4．7

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.5, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.3, −1.7
T	0.5, 0.5	−1.7, −1.3	0.5, 0.5

表8

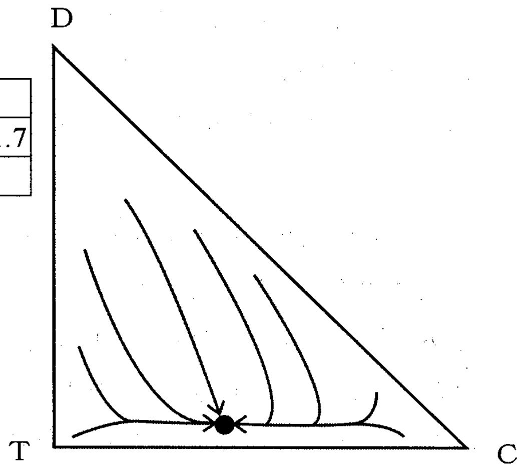


図8

表8は，第3の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば60%の確率で離反し，40%の確率で協力する「60%のおうむ返し」戦略を加えたものである。自分が離反し，この第3の戦略に遭遇すると，利得は(0.4)(−1)＋(0.6)(−1.5)＝−1.3となると考えられる。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_2{}^2+1.5p_2)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_2{}^2+0.3p_1+3.8p_2-1.8)+m(1-3p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_2{}^2+1.8p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図8のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.452516, 0.0570089, 0.490475）となり，平均期待利得は0.278464428となる。

4．8

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.5, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.45, −1.55
T	0.5, 0.5	−1.55, −1.45	0.5, 0.5

表9

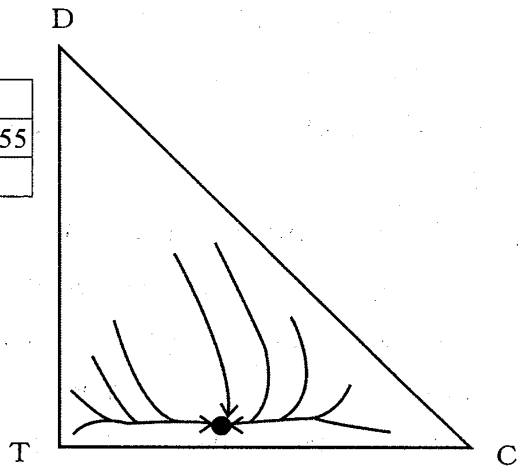


図9

表9は，第3の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば90%の確率で離反し，残りの10%の確率で協力する「90%のおうむ返し」戦略を加えたものである。自分が離反し，この第3の戦略に遭遇すると，利得は(0.1)(5)＋(0.9)(0)＝0.5となると考えられる。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_2{}^2+1.5p_2)+m(1-3p_1)$$

$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_2{}^2+0.45p_1+3.95p_2-1.95)+m(1-3p_2)$

$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_2{}^2+1.95p_2)+m(1-3p_3)$

であることより，動学を表す図は図9のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.445601, 0.0543242, 0.500075）となり，平均期待利得は0.288605436となる。

4．9

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	1, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.5, −1.5
T	0.5, 1	−1.5, −1.5	1, 1

表10

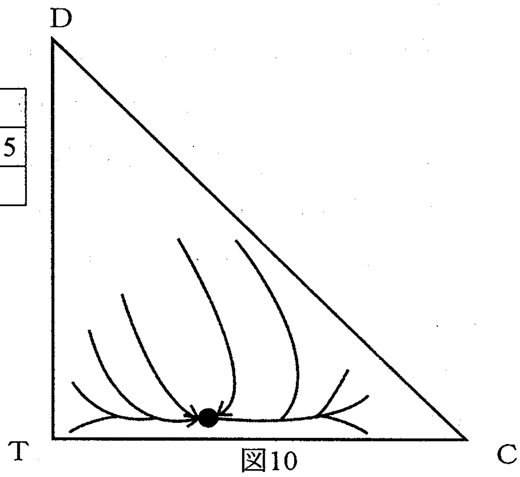


図10

表10は，第3の戦略として，自分が協力すればそれに追加的に報いてくれるタイプのおうむ返しを加えたものである。自分が協力し，このタイプのおうむ返し戦略に遭遇すると，利得は1となるとする。この第3の戦略をとる生物同志が出会う時には，ともに1の利得を得られるとする。この場合，

$\dot{p}_1 = kp_1(-2.5p_2{}^2+2p_2-0.5p_1p_2)+m(1-3p_1)$

$\dot{p}_2 = kp_2(-2.5p_2{}^2+p_1+5p_2-0.5p_1p_2-2.5)+m(1-3p_2)$

$\dot{p}_3 = kp_3(-2.5p_2{}^2+2.5p_2-0.5p_1p_2)+m(1-3p_3)$

であることより，動学を表す図は図10のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.44999, 0.0469155, 0.503095）となり，平均期待利得は0.556485912となる。

4．10

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.7, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.5, −1.5
T	0.5, 0.7	−1.5, −1.5	0.7, 0.7

表11

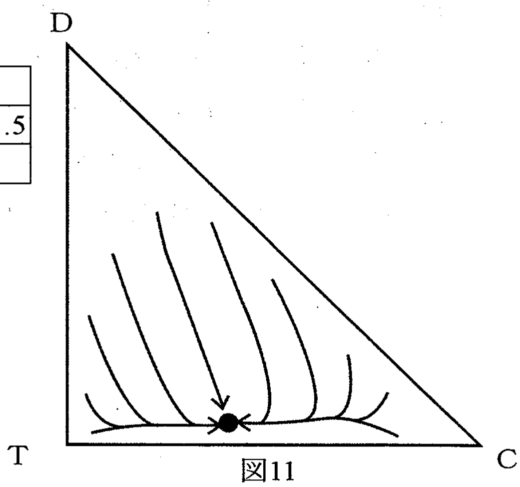


図11

表11も，第3の戦略として，自分が協力すればそれに追加的に報いてくれるタイプのおうむ返しを加えたものである。自分が協力し，このタイプのおうむ返し戦略に遭遇すると，利得は0.7になるとする。この第3の戦略をとる生物同志が出会う時には，ともに0.7の利得を得られるとする。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2.2p_2^{\ 2}+1.7p_2)+m(1-3p_1)$$

$$\dot{p}_2 = kp_2(-2.2p_2^{\ 2}+0.7p_1+4.4p_2-0.2p_1p_2-2.2)+m(1-3p_2)$$

$$\dot{p}_3 = kp_3(-2.2p_2^{\ 2}+2.2p_2-0.2p_1p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図11のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1， p_2，p_3）＝（0.446263, 0.0506332, 0.503103）となり，平均期待利得は0.398120648となる。

自分が協力するときに追加的に報いてくれる量が小さい場合の方が最終的な平均期待利得は小さい。

4．11

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.5, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.5, −1.5
T	0.5, 0.5	−1.5, −1.5	0.5, 0.5

表12

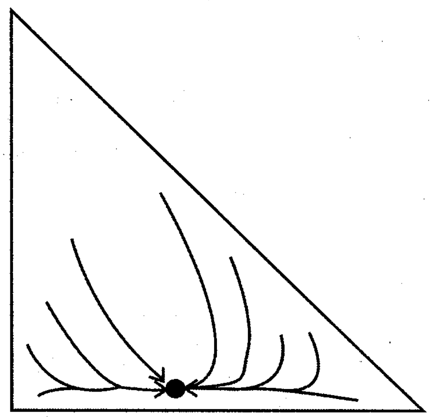


図12

表12は，第3の戦略として，「通常のおうむ返し」戦略を加えたものである。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_2^{\ 2}+1.5p_2)+m(1-3p_1)$$

$$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_2^{\ 2}+0.5p_1+4p_2-2)+m(1-3p_2)$$

$$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_2^{\ 2}+2p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図13のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1， p_2，p_3）＝（0.443441, 0.0534729, 0.503087）となり，平均期待利得は0.291827102となる。

4．12

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.5, 0.7
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.5, −1.5
T	0.7, 0.5	−1.5, −1.5	0.7, 0.7

表13

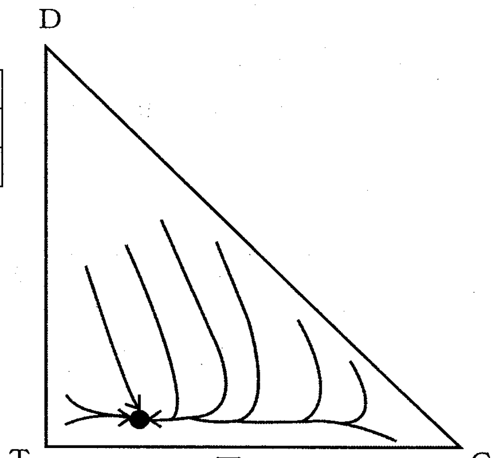


図13

表13は，第3の戦略として，相手に協力した場合に協力した相手よりさらに追加的に利得を得られるタイプのおうむ返しを加えたものである。この第3の戦略をとる生物同志が出会う時には，ともに0.7の利得を得られるとする。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2.2p_2^{\,2}+0.2p_1+1.9p_2-0.2p_1p_2-0.2)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-2.2p_2^{\,2}+0.7p_1+4.4p_2-0.2p_1p_2-2.2)+m(1-3p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(-2.2p_2^{\,2}+0.2p_1+2.2p_2-0.2p_1p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図13のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.276163, 0.0474997, 0.676337）となり，平均期待利得は0.443355937となる。

4．13

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.5, 1
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.5, −1.5
T	1, 0.5	−1.5, −1.5	1, 1

表14

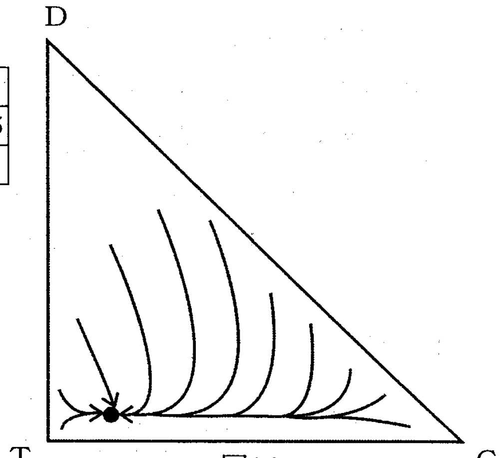


図14

表14は，第3の戦略として，相手に協力した場合に協力した相手よりさらに追加的に利得を得られるタイプのおうむ返しを加えたものである。この第3の戦略をとる生物同志が出会う時には，ともに1の利得を得られるとする。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2.5p_2^{\,2}+0.5p_1+2.5p_2-0.5p_1p_2-0.5)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-2.5p_2^{\,2}+p_1+5p_2-0.5p_1p_2-2.5)+m(1-3p_2)$$

$\dot{p}_3 = kp_3(-2.5p_2{}^2+0.5p_1+2.5p_2-0.5p_1p_2)+m(1-3p_3)$

であることより，動学を表す図は図14のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.159964, 0.0409363, 0.7991）となり，平均期待利得は0.722800117となる。

4．14

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	1, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−2, −1
T	0.5, 1	−1, −2	1, 1

表15

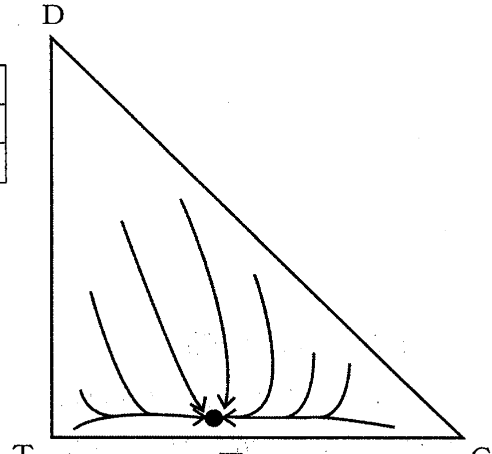


図15

表15は，第3の戦略として，自分が協力すればそれに追加的に報いてくれるが，離反し，この戦略と出会うと，通常のおうむ返し戦略と出会う場合の罰（0.5）の2倍の罰を受ける，すなわち，−1−0.5×2＝−2の利得しか得られなくなる戦略を加えたものである。また，相手が離反し，この戦略をとると，利得は(−1)(−2)＋(2)(−1.5)＝−1となる。これまでの第3の戦略の中で協力者に対して最も優しく，離反者に対して最も厳しい戦略である。この場合，

$\dot{p}_1 = kp_1(-2.5p_2{}^2+2p_1-0.5p_1p_2)+m(1-3p_1)$

$\dot{p}_2 = kp_2(-2.5p_2{}^2+1.5p_1+5.5p_2-0.5p_1p_2-3)+m(1-3p_2)$

$\dot{p}_3 = kp_3(-2.5p_2{}^2+3p_2-0.5p_1p_2)+m(1-3p_3)$

であることより，動学を表す図は図15のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.432795, 0.0410118, 0.526193）となり，平均期待利得は0.591623267となる。

4．15

	C	D	T
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.5, 0.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−2, −1
T	0.5, 0.5	−1, −2	0.5, 0.5

表16

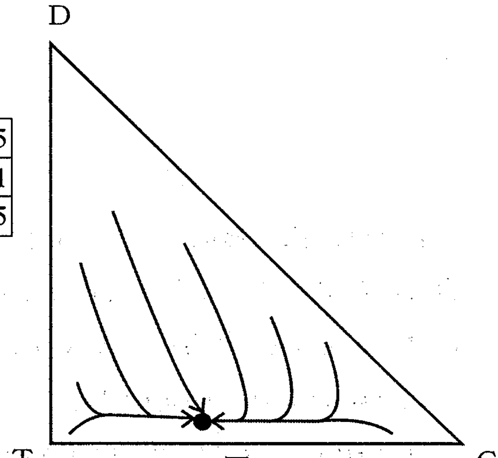


図16

表16は，第3の戦略として，「2倍のおうむ返し」戦略を加えたものである。この戦略では，相手が協力すれば協力するが，離反すれば，利得は(－1)(－2)＋(2)(－1.5)＝－1となる。また，自分が離反し，この戦略と出会うと，通常のおうむ返し戦略と出会う場合の罰(0.5)の2倍の罰を受ける，すなわち，(－1)－0.5×2＝－2の利得しか得られなくなる。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_2{}^2+1.5p_2)+m(1-3p_1)$$

$$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_2{}^2+p_1+4.5p_2-2.5)+m(1-3p_2)$$

$$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_2{}^2+2.5p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図16のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.425218, 0.0460443, 0.528738）となり，平均期待利得は0.320062954となる。

4.3～4.8節，4.11節，4.15節のようなおうむ返し戦略は，相手が協力すれば協力するが，離反した場合には協力：離反を1－v：vの比率で返す，という戦略になっている。vの値が大きい場合ほど最終的な平均期待利得は大きくなる。

4．16

	C	D	P
C	0.5, 0.5	－2, －1	0.5, －1.2
D	－1, －2	－1.5, －1.5	－2, －1
P	－1.2, 0.5	－1, －2	－1.2, －1.2

表17

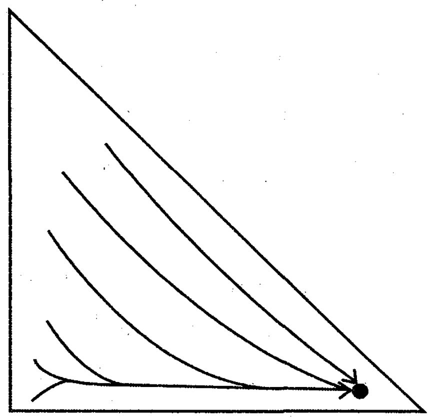


図17

表17は，第3の戦略として，「懲罰」(punisher) 戦略[9]を加えたものである。この戦略をとる生物は，協力戦略をとる生物と出会うと，離反戦略をとる場合より小さい利得である－1.2の利得しか得られないが，離反戦略をとる生物と出会うと，－1の利得が得られる。また，懲罰戦略同志が出会うと，－1.2の利得が得られるとする。

この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-0.3p_2{}^2-1.7p_1-1.9p_2+1.7p_1p_2+1.7)+m(1-3p_1)$$

$$\dot{p}_2 = kp_2(-0.3p_2{}^2-0.7p_1+1.1p_2+1.7p_1p_2-0.8)+m(1-3p_2)$$

$$\dot{p}_3 = kp_3(-0.3p_2{}^2-1.7p_1+0.8p_2+1.7p_1p_2)+m(1-3p_3)$$

[9] Hirshleifer=Coll（1988,pp.387～390）参照。

であることより，動学を表す図は図17のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.874331, 0.0646834, 0.0609857）となり，平均期待利得は0.152664849となる。

4．17

	C	D	J
C	0.5, 0.5	−2, −1	0.25, 0.35
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.5, −1.5
J	0.35, 0.25	−1.5, −1.5	0, 0

表18

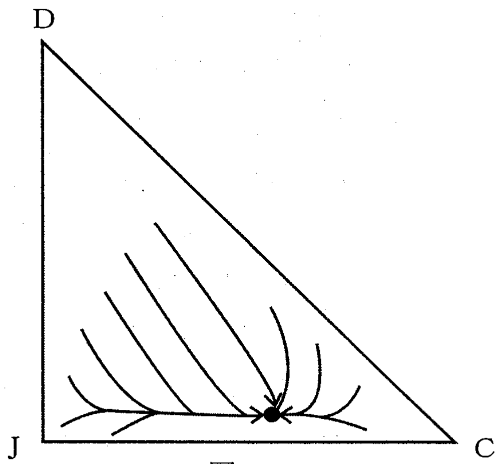


図18

表18は，第3の戦略として，「食い逃げ」戦略を加えたものである。この戦略は相手が離反すれば離反するが，協力すれば，9割だけ協力し，相手の協力を食い逃げする戦略である。この戦略をとる生物が協力戦略をとる生物と出会うと，(0.9) (0.5)＋(0.1) (−1)＝0.35の利得が得られ，相手の協力戦略をとる生物は，(0.9) (0.5)＋(0.1) (−2)＝0.25の利得しか得られなくなる。また，食い逃げ戦略をとる生物同志が出会うと，0の利得しか得られないものとする。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(0.1p_1^2-1.5p_2^2-0.35p_1+0.75p_2+0.6p_1p_2+0.25)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(0.1p_1^2-1.5p_2^2-0.1p_1+3p_2+0.6p_1p_2-1.5)+m(1-3p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(0.1p_1^2-1.5p_2^2-0.25p_1+1.5p_2+0.6p_1p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図18のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.611639, 0.0616578, 0.326703）となり，平均期待利得は0.127674911となる。

4．18

	C	D	O
C	0.5, 0.5	−2, −1	−2, −1
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1, −2
O	−1, −2	−2, −1	−1.5, −1.5

表19

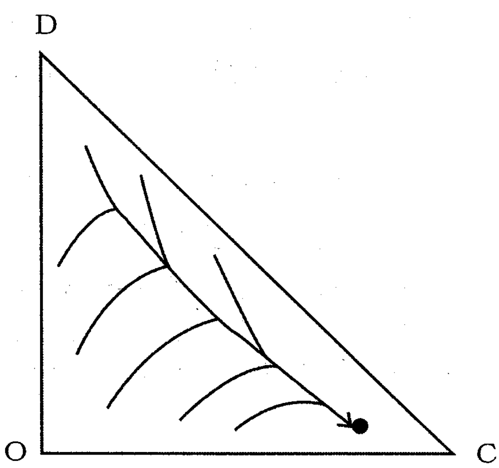


図19

表19は，第3の戦略として，「反対をとる」戦略を加えたものである。この戦略は相手が協力すれば離反し，離反すれば協力する戦略である。この戦略をとる生物同志が出会うと，一方は協力し他方は離反するから，一方は－2，他方は－1の利得が得られる。よって，期待利得は0.5(－2)＋0.5(－1)＝－1.5となると考えられる。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_1^2+2.5p_1-0.5)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_1^2-0.5p_2+0.5)+m(1-3p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_1^2+0.5p_1-0.5p_2)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図19のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.847725, 0.0783425, 0.0739326）となり，平均期待利得は－0.06272465となる。

4．19

	C	D	D
C	0.5, 0.5	−2, −1	−2, −1
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.5, −1.5
D	−1, −2	−1.5, −1.5	−1.5, −1.5

表20

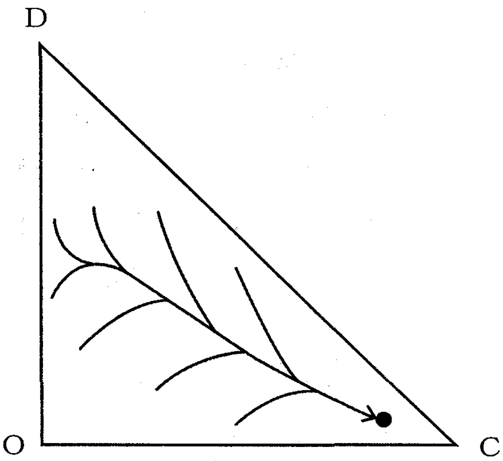


図20

表20は，第3の戦略として，「離反」戦略を加えたものである。この戦略は相手が協力しても離反しても離反する戦略である。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-2p_1^2+2.5p_1-0.5)+m(1-3p_1)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-2p_1^2+0.5p_1)+m(1-3p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(-2p_1^2+0.5p_1)+m(1-3p_3)$$

であることより，動学を表す図は図20のようになる。この場合の進化的均衡点は（p_1，p_2，p_3）＝（0.847725, 0.0761375, 0.0761375）となり，平均期待利得は－0.06272465となる。

以上の各戦略を第3の戦略として加えた場合の，各集団の平均期待利得Vの推移と，加えられた第3の各戦略の適応度V_3の推移を描いたものがそれぞれ〈グラフ1〉と〈グラフ2〉である。

〈グラフ1〉より次のようなことがいえる。

1　各戦略が第3の戦略として加えられている集団において，平均期待利得（社会的厚生）は単調に増加していく。

2　4.9節のおうむ返し戦略と4.13節のおうむ返し戦略が第3の戦略として加えられている

集団は，平均期待利得が最終的に0.5を超える。また，初期点における平均期待利得は同じであるが，4.13節のおうむ返し戦略が第3の戦略として加えられている集団の平均期待利得の方が常に大きい形で推移する。

3　最終的に平均期待利得が0.23738221を超えるのは，4.13節のおうむ返し戦略，4.9節のおうむ返し戦略，協力戦略，通常のおうむ返し戦略が第3の戦略として加えられている集団においてである。その他の第3の戦略が加えられている集団は，最終的に平均期待利得は0.23738221を下回る。

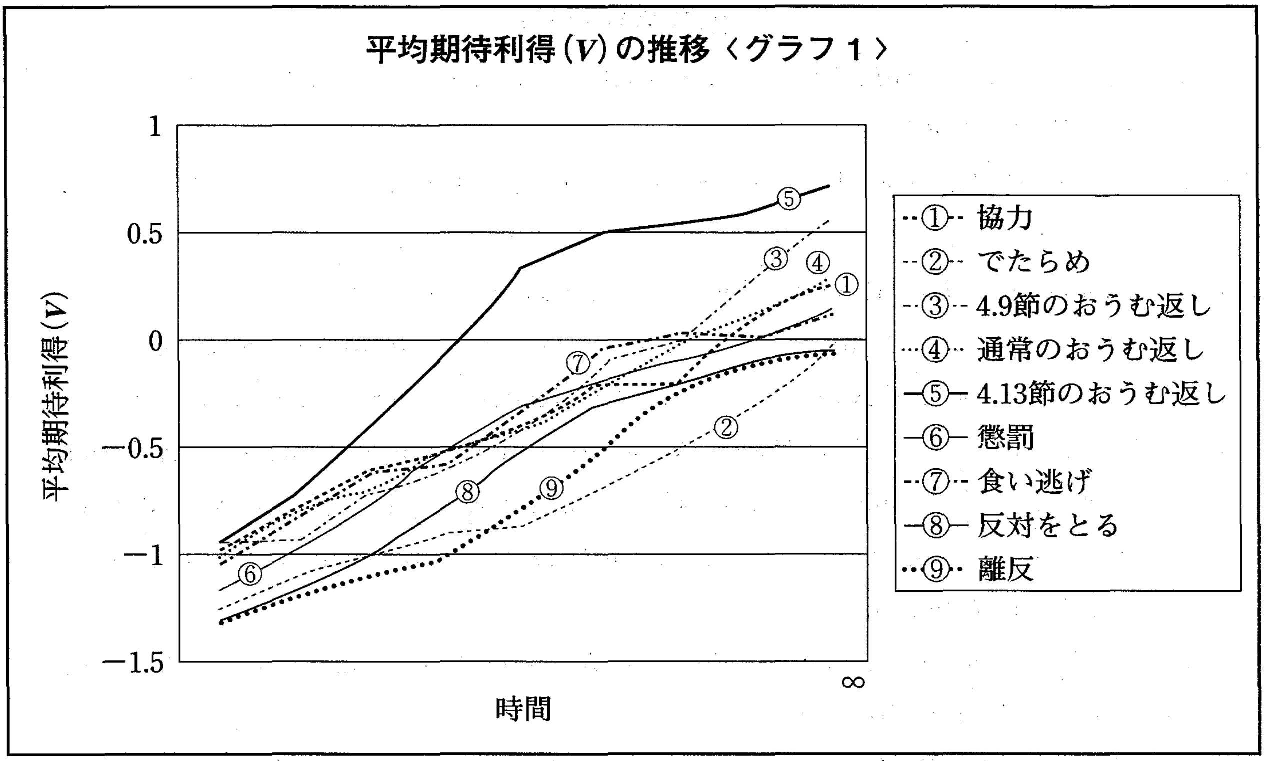
また，〈グラフ2〉からは次のようなことがいえる。

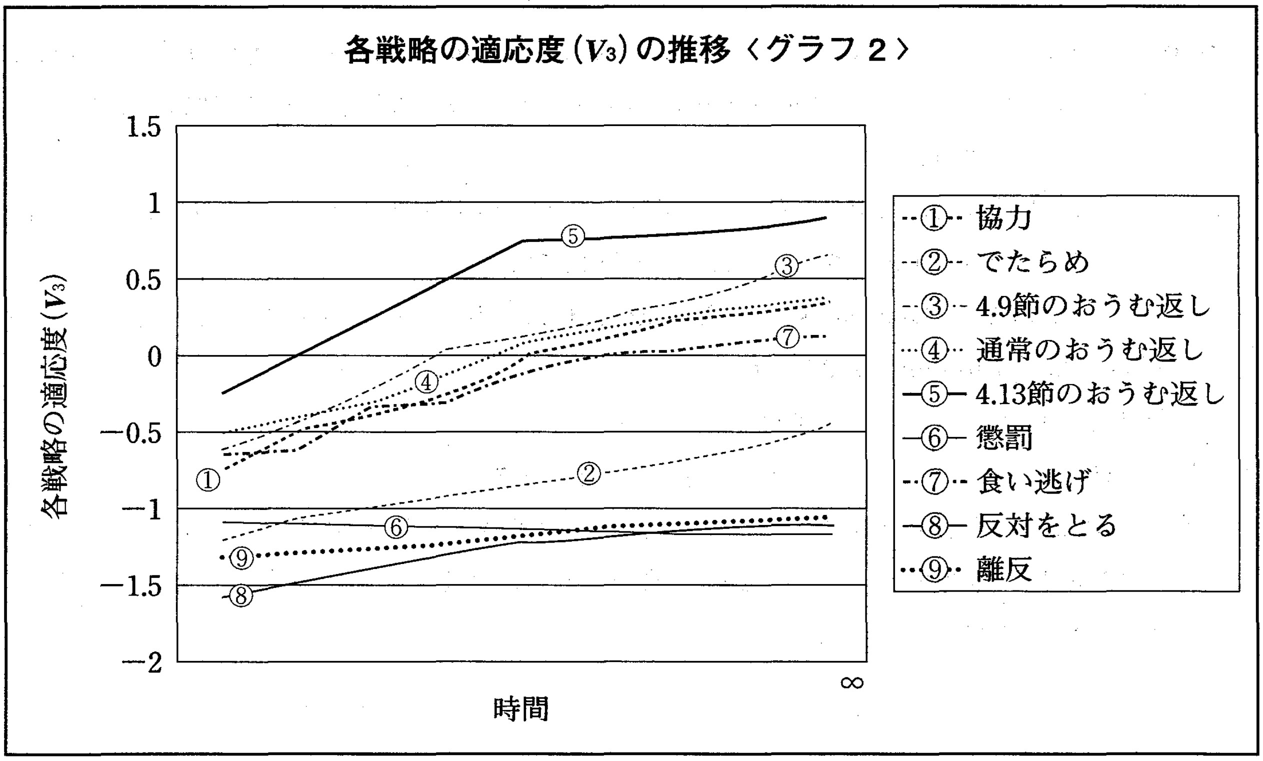
1　懲罰戦略の期待利得（適応度）は単調下落となる。その他の戦略の期待利得は，単調に増加していく。

2　4.13節のおうむ返し戦略の期待利得は常に最も大きい形で推移する。4.13節のおうむ返し戦略，4.9節のおうむ返し戦略，通常のおうむ返し戦略の期待利得は常に協力戦略の期待利得を下回らない形で推移する。

3　期待利得の大きさの最終順位は，1位から順に，4.13節のおうむ返し戦略，4.9節のおうむ返し戦略，通常のおうむ返し戦略，協力戦略，食い逃げ戦略，でたらめ戦略，離反戦略，反対をとる戦略，懲罰戦略となる。

以上を総括する。すべての節のケースにおいて，離反戦略をとる者は最終的にほぼ絶滅するが，完全に絶滅することはない。協力戦略と4.3節から4.8節までのおうむ返し戦略が第3の戦略として加えられている場合においては，最終的に0.23738221よりわずかに大きい平均期待利得の社会しか創発させることができない。4.9，4.10，4.12～4.14節タイプのおうむ返し戦略をとる者が，最終的に社会をさらに良くし自らの適応度も上昇させるので成功例といえる。協力者に報いる徳性と協力者との対戦で相手の協力を生かして追加的な利得を上げることが重要であると考えられる。


平均期待利得(V)の推移〈グラフ１〉
1
0.5
0
−0.5
−1
−1.5
平均期待利得(V)
時間
∞
①
②
③
④
⑤
⑥
⑦
⑧
⑨
① 協力
② でたらめ
③ 4.9節のおうむ返し
④ 通常のおうむ返し
⑤ 4.13節のおうむ返し
⑥ 懲罰
⑦ 食い逃げ
⑧ 反対をとる
⑨ 離反


各戦略の適応度(V3)の推移〈グラフ２〉
1.5
1
0.5
0
−0.5
−1
−1.5
−2
各戦略の適応度(V3)
時間
∞
①
②
③
④
⑤
⑥
⑦
⑧
⑨
① 協力
② でたらめ
③ 4.9節のおうむ返し
④ 通常のおうむ返し
⑤ 4.13節のおうむ返し
⑥ 懲罰
⑦ 食い逃げ
⑧ 反対をとる
⑨ 離反

〈主要参考文献〉

Axelrod, R.(1984), *The Evolution of Cooperation* Basic Books. 松田裕之訳『つきあい方の科学』CBS出版, 1987.

Dawkins, R.(1976), The Selfish Gene. Oxford University Press. 日高俊隆・岸　由二・羽田節子・垂水雄二訳『利己的な遺伝子』紀伊國屋書店, 1991.

Hirshleifer, J.(1982), "Evolutionary Models in Economics and Law: Cooperation Versus Conflict Strategies," *Research in Law and Economics*, 4, 1-60.

――――(2001), *The Dark Side of the Force*, Cambridge University Press, 251-78.

Hirshleifer, J. and Coll, J.C.M.(1988), "What Strategies can Support the Evolutionary Emergence of Cooperation?" *Jornal of Conflict Resolution*, 32, June, 367-98. [R-eprinted in J. Hirshleifer, *The Dark Side of the Force*, Cambridge University Press, 2001, 220-50.]

Hirshleifer, J. and Riley, J.G.(1992), *The Analytics of Uncertainty and Information*, Cambridge University Press.

Maynard Smith, J.(1976), "Evolution and Theory of Game," *American Scientist*, 64, 41-5.

――――(1982), Evolution and Theory of Games, Cambridge University Press. 寺本英・梯　正之訳『進化とゲーム理論』産業図書, 1985.

Poundstone, W. *Prisoners Dilemma――John von Neumann, Game Theory, And the Puzzle of the Bomb* (Doubleday 1992/Oxford University Press 1993) 松浦俊輔他訳『囚人のジレンマ』青土社, 1995.

Taylor, P.D. and Jonker, L.B.(1978), "Evolutionarily Stable Strategies and Game Dynamics," *Mathematical Biosciences*, 40, 145-56.

Zeeman, E.C.(1981), "Dynamics of the Evolution of Animal Conflicts," *Journal of Theoretical Biology*, 89, 249-70.

鈴木光男 (1999),『ゲーム理論の世界』勁草書房.

中山幹夫 (1997),『はじめてのゲーム理論』有斐閣ブックス.

山下雅弘 (2002),「進化ゲームにおける動学的均衡」『関西学院経済学研究』第33号 27−57.

――――(2003),「進化ゲームにおける動学的均衡Ⅱ」奈良産業大学『産業と経済』第18巻第4号 491-513.