奈良産業大学『産業と経済』第18巻第4号（2003年12月）491—513

進化ゲームにおける動学的均衡II

山　下　雅　弘

1　序

1980年に，Axelrod は，繰り返し囚人のジレンマゲームにおいて，それぞれ1回ごとに協力（cooperate）と離反（defect）のどちらかの戦略を選択するコンピュータープログラムを各国のゲーム理論の専門家から募集した。それぞれのプログラムが各回の試合で得られる得点の合計によってプログラムの順位が決定された。

第1回選手権は，14名からの14個の応募作品と，協力と離反を等しい確率ででたらめに選択するという特徴をもつ「でたらめ」(random) 戦略とが，互いに他と，また自分自身と対戦するリーグ戦（総当たり戦）形式でそれぞれ200試合行われた。この選手権で，心理学者の Rapoport が応募した「おうむ返し」(tit-for-tat) 戦略が優勝した。このおうむ返し戦略は，最初は協力し，その後は対戦相手が前回とった手番と同じものをとるという最も簡単な特徴をもつ戦略である。その後行われた同様の第2回選手権においても，Rapoport が応募した「おうむ返し」戦略が優勝した。(1)

Hirshleifer=Coll (1988) は，動学方程式によって得られる「進化的均衡」(evolutionary equilibrium; EE)(2) について考察している。本稿では，さらに考えられうるおうむ返しの様々なヴァリエーションやその他の戦略を，チキンゲームの利得行列に第3の戦略として加えた場合に，進化的均衡がどのような特徴を示すのかについて考察し，協力的で高い利得の社会を創発させることを目指す。その場合，協力（ハト派）から離反（タカ派）にまで到る戦略を順に，比較的「気のいい」ものから「意地悪な」ものへ向けて構成し，いくつかの命題を得る。

2　動学モデル(3)

多数の同質の生物から形成される集団において，ある生物が他の生物と1対1で任意に遭遇する場合に，一方の生物のとる最善の戦略が相手のとる戦略に依存して決まるような状況を考える。そこでとりうる純粋戦略が m 種類ある場合に，戦略 i をとるプレーヤーの数を n_i，プレーヤーの総数を $N=\sum_i n_i$，戦略のシェアを示すベクトルを $p=(p_1, \cdots\cdots, p_m)$ とする。ただし，

(1)　Axelrod (1984) 参照。

(2)　動学モデルの解が収束する自然淘汰の終着点として定義される。

(3)　Taylor=Jonker (1978)，Zeeman (1981) 等による。

$p_i=n_i/N$ は戦略 i をとるプレーヤーの割合を表しているとする。このとき，

$$\dot{p}_i/p_i=\dot{n}_i/n_i-\dot{N}/N=\dot{n}_i/n_i-\sum_j(\dot{n}_j/n_j\cdot n_j/N)$$
$$=\dot{n}_i/n_i-\sum_j(p_j\cdot\dot{n}_j/n_j) \tag{1}$$

である。ここで，純粋戦略 j をとるプレーヤーの数の時間増加率がその戦略をとる時の期待利得 V_j に比例すると仮定すると[(4)]，

$$\dot{n}_j/n_j=kV_j \tag{2}$$

と表され，(2)式を(1)式に代入して整理すると，

$$\dot{p}_i=kp_i(V_i-V) \tag{3}$$

を得る。ただし，V は全体の平均期待利得 $\left(=\sum_j V_jp_j\right)$ を表しており，比例係数 k は動学過程における共通の反応速度を表している。この(3)式を Maynard Smith (1976) や Hirshleifer=Coll (1988) 等に沿って，以下の動学的均衡の分析に用いる。

3　2×2ゲームの動学的位相

この節ではまず，対称的な2×2ゲームが4種類ある社会でのジレンマ状況のうち，チキンゲームについて，動学的均衡分析を行う。

チキンゲーム

	C	D
C	3,3	1,5
D	5,1	0,0

表1

第1行（第1列），第2行（第2列）の戦略をそれぞれ戦略1，戦略2（以下同じ）とし，表1のようなチキンゲームにおいては，

$$\dot{p}_1=kp_1(3(p_1-2/3)^2-1/3)$$
$$\dot{p}_2=kp_2(3(p_1-1/6)^2-1/12)$$

より，次の図1のような位相図を描くことができる。

図1が示すように，V_1-V を表す放物線は，$0\leq p_1<1/3$ の範囲では $V_1-V>0$ であるから，時間の経過とともに(3)式より，$p_1\geq 0$ である限り p_1 は増加して $p_1=1/3$ に到るが，$1/3<p_1\leq 1$ の範囲では $V_1-V\leq 0$ であるから，$p_1\leq 1$ である限り p_1 は減少して $p_1=1/3$ に到る。また，V_2-V を表す放物線は，$0\leq p_1<1/3$ の範囲で $V_2-V\leq 0$ であるから，$p_2\leq 1$ である限り p_2 が減少していくので p_1 は増加して $p_1=1/3$ に到るが，$1/3<p_1\leq 1$ の範囲では $V_2-V>0$ であるから，$p_2\geq 0$ である限り p_2 が増加していくので p_1 は減少して $p_1=1/3$ に到る。したがって，$(p_1,$

(4)　期待利得 V_j は，進化ゲームにおいて，「適応度」(fitness) とよばれるものである。

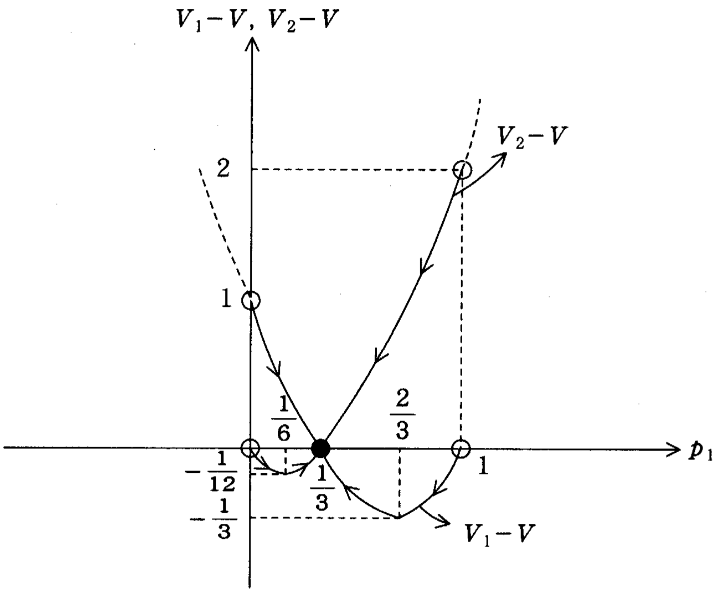


図1

p_2) $=(1/3, 2/3)$ が進化的均衡になっていることがわかる。このとき，全体の平均期待利得は5/3である。

4　チキンゲーム＋第3の戦略

この節では，考えられうる様々な戦略を，チキンゲームの利得行列に第3の戦略として加えた場合[(5)]に，進化的均衡がどのような特徴を示すのかについて考察していく。その場合，協力から離反にまで到る戦略を順に，比較的「気のいい」ものから「意地悪な」ものへ向けて構成し，命題を得る。第1行（第1列），第2行（第2列）の戦略をそれぞれ協力(C)，離反(D)とよんでおく。

4.1

表2は，チキンゲームの利得行列に3行（3列）で表される第3の戦略（戦略3）として，「協力」戦略を加えたものである。この戦略は，相手が協力しても離反しても協力するという「気のいい」[(6)]戦略である。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(3-2p_2)$$
$$\dot{p}_2=kp_2(5(1-p_2))$$
$$\dot{p}_3=kp_3(3-2p_2)$$

であることより，動学を表す図は図2のようになる。辺や頂点を含めた直角二等辺三角形の内

（5）　ここでいう第3の戦略は，2×2チキンゲームのジレンマ状況に直面する生物がとる戦略であると考えられうる。また，この状況に外部から入る生物がとる戦略であるとも解釈できる。
（6）　第3の戦略として加えられる戦略は，図2のケースから性格順に，比較的「気のいい」ものから「意地悪な」ものになっていく。

	C	D	C
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	5,1
C	3,3	1,5	3,3

表 2

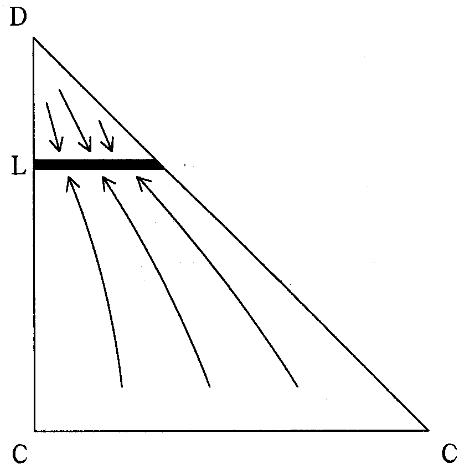


図 2

部の任意の点は，３種類の純粋戦略に関する分布を表している。横座標は戦略１をとる生物の割合p_1を，縦座標は戦略２をとる生物の割合p_2を，斜辺からの水平方向の（同じく垂直方向の）距離は戦略３をとる生物の割合p_3をそれぞれ表しており，以下の図においても同じである。

$V_1=V$かつ $V_2=V$より，

$$p_2=2/3$$

となる。よって，点Lは$p_2=2/3$の点である。$0 \leq p_2 < 2/3$の範囲では，どの点を初期点として選択しても，時間が経過するにつれて，利得が常に減少していく方向に動き，$2/3 < p_2 \leq 1$の範囲では，どの点を初期点として選択しても，時間が経過するにつれて，利得が常に増加していく方向に動く。この場合の進化的均衡領域は$p_2=2/3$上となり，平均期待利得は5/3となってしまう。

4.2

	C	D	R
C	3,3	1,5	2,4
D	5,1	0,0	2.5,0.5
R	4,2	0.5,2.5	2.25,2.25

表 3

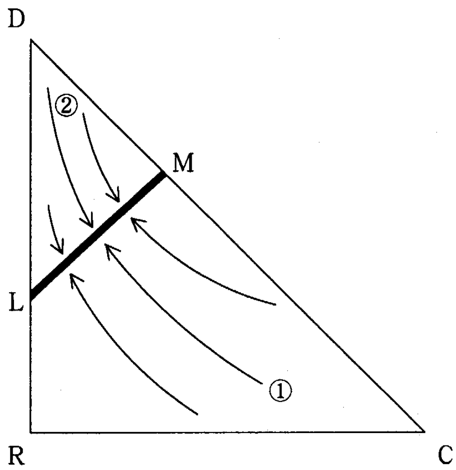


図 3

表３は，第３の戦略として，「でたらめ」戦略を加えたものである。この戦略は，相手が協力

すれば協力と離反を等しい確率ででたらめに選択し，相手が離反しても協力と離反を等しい確率ででたらめに選択するという戦略である。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(0.75p_1^2+0.75p_2^2-0.5p_1+0.5p_2-1.5p_1p_2-0.25)$$

$$\dot{p}_2=kp_2(0.75p_1^2+0.75p_2^2+p_1-p_2-1.5p_1p_2+0.25)$$

$$\dot{p}_3=kp_3(0.75p_1^2+0.75p_2^2+0.25p_1-0.25p_2-1.5p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図３のようになる。$V_1=V$かつ$V_2=V$に$p_1=0$を代入すると，

$$p_2=1/3$$

が得られる。よって，点Lは$p_2=1/3$の点である。また，$V_1=V$かつ$V_2=V$に$p_1=1-p_2$を代入すると，

$$p_2=2/3$$

が得られる。よって，点Mは$(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$の点である。このとき，$V=5/3$となる。この場合，領域①ではどの点を初期点として選択しても，時間が経過するにつれて利得が常に減少していく方向に動き，領域②ではどの点を初期点として選択しても，時間が経過するにつれて利得が常に増加していく方向に動き，最終的に直線（$p_2=p_1+1/3$）上の進化的均衡領域へ行く。この領域上の任意の点での平均期待利得も5/3になってしまう。

次に，おうむ返しをとるプレーヤーが協力と離反をとるプレーヤーの手番の特徴をただちに認識してただちに反応できるという仮定，さらに，おうむ返し戦略をとる生物同志が遭遇した場合にはお互いに相手の最初にとる協力戦略を認識できて，適切に反応できるという仮定(7)をおいて，進化的均衡がどのような特徴を示すのかについて考察していく。

4.3

表４は，第３の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば５％の確率で離反し，残りの95％の確率で協力する，おうむ返しの改変型戦略を加えたものである。また，自分が離反し，この第3の戦略に出会う場合には，利得は(0.95)(5)＋(0.05)(0)＝4.75となり，離反する場合に第３の戦略から受ける罰（5－4.75＝0.25）が，通常のおうむ返しから受ける罰（5－0＝5）の５％になるものとする。以下の場合も同様である。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(2.7p_2^2-1.7p_2-0.3p_1p_2)$$

$$\dot{p}_2=kp_2(2.7p_2^2+0.25p_1-4.45p_2-0.3p_1p_2+1.75)$$

$$\dot{p}_3=kp_3(2.7p_2^2-1.75p_2-0.3p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図４のようになる。$V_1=V$かつ$V_2=V$に$p_1=0$を代入すると，

（７）　Hirshleifer=Coll (1988, p. 374)

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	4.75,0.95
T	3,3	0.95,4.75	3,3

表 4

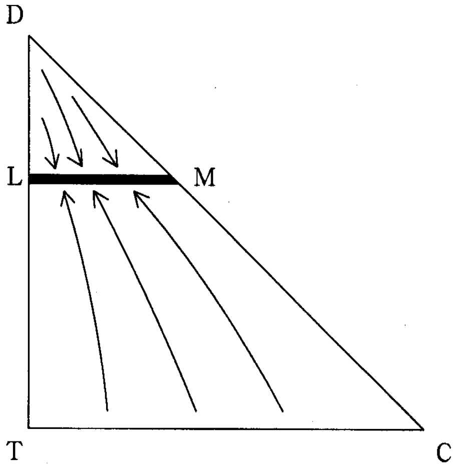


図 4

$p_2 = 7/11\,(=0.6\dot{3}\dot{6})$

が得られる。よって，点Lは $p_2=7/11(=0.6\dot{3}\dot{6})$ の点である。このとき，$V=1.715702483$ となる。また，$V_1=V$ かつ $V_2=V$ に $p_1=1-p_2$ を代入すると，

$p_2=2/3$

が得られる。よって，点Mは $(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ の点である。このとき，$V=5/3$ となる。この場合は，最終的に直線 $(p_2=0.090p_1+0.6\dot{3}\dot{6})$ 上の進化的均衡領域へ行き，平均期待利得が 5/3〜1.715702483 の社会が創発される。

4.4

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	4.5,0.9
T	3,3	0.9,4.5	3,3

表 5

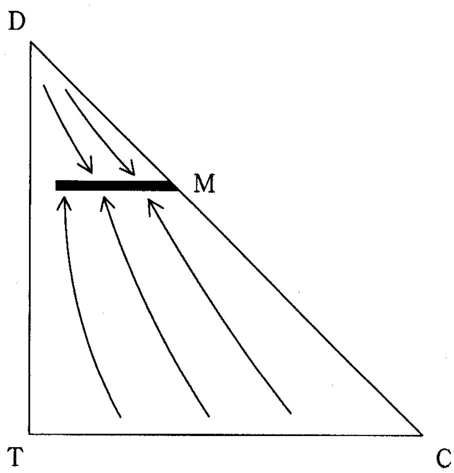


図 5

表5は，第3の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば10%の確率で離反し，残りの90%の確率で協力する「10%のおうむ返し」戦略を加えたものである。また，自分が離反し，この第3の戦略に出会う場合には，利得は $(0.9)(5)+(0.1)(0)=4.5$ となると考えられる。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(2.4p_2^2 - 1.4p_2 - 0.6p_1p_2)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(2.4p_2^2 + 0.5p_1 - 3.9p_2 - 0.6p_1p_2 + 1.5)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(2.4p_2^2 - 1.5p_2 - 0.6p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図5のようになる。$V_1=V$かつ$V_2=V$に$p_1=1-p_2$を代入すると，

$$p_2 = 2/3$$

が得られる。よって，点Mは$(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$の点である。このとき，$V=5/3$となる。この場合は，最終的に直線$(p_2=0.2p_1+0.6)$上の進化的均衡領域へ行き，平均期待利得が5/3から2以下の社会が創発される。

4.5

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	3,0.6
T	3,3	0.6,3	3,3

表6

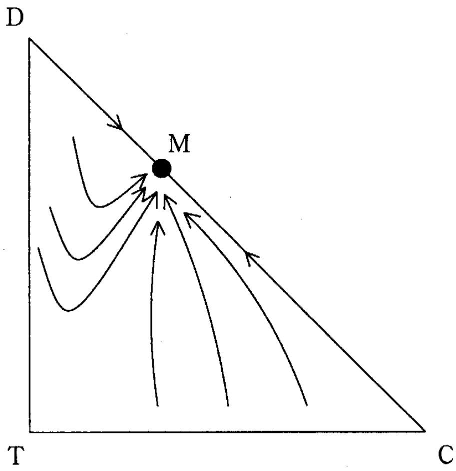


図6

表6は，第3の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば40%の確率で離反し，残りの60%の確率で協力する「40%のおうむ返し」戦略を加えたものである。また，自分が離反し，この第3の戦略に出会う場合には，利得は$(0.6)(5)+(0.4)(0)=3$となるものとする。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(0.6p_2^2 + 0.4p_2 - 2.4p_1p_2)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(0.6p_2^2 + 2p_1 - 0.6p_2 - 2.4p_1p_2)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(0.6p_2^2 - 2.4p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図6のようになる。$V_1=V$かつ$V_2=V$に$p_1=1-p_2$を代入すると，

$$p_2 = 2/3$$

が得られる。最終的には$(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$で表される進化的均衡点へ行き，この場合は平均期待利得が5/3の社会しか創発させることができない。

表6の利得行列を使うと，$V_2=V$は

$$0.6p_2^2+2p_1-0.6p_2-2.4p_1p_2=0$$

となる。$p_2=0$ を代入すると，

$$p_1=0$$

となる。

4.6

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	2.5,0.5
T	3,3	0.5,2.5	3,3

表 7

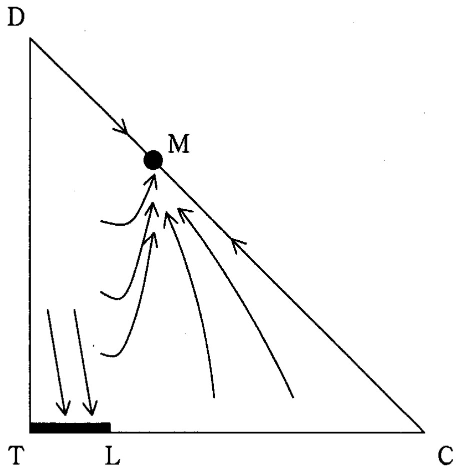


図 7

表 7 は，第 3 の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば 1/2 の確率で離反し，1/2 の確率で協力する「1/2 のおうむ返し」戦略を加えたものである。自分が離反し，この第3の戦略に遭遇すると，利得は (1/2) (5) + (1/2) (0) =2.5 となると考えられる。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(p_2-3p_1p_2)$$

$$\dot{p}_2=kp_2(2.5p_1+0.5p_2-3p_1p_2-0.5)$$

$$\dot{p}_3=kp_3(0.5p_2-3p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図 7 のようになる。$V_1=V$ かつ $V_2=V$ に $p_2=1-p_1$ を代入すると，

$$p_2=2/3$$

が得られる。このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が多い領域の点を初期点として選択すると，時間が経過するにつれて利得が常に増加していく方向に動き，最終的に進化的均衡領域 TL へ行く。この領域での平均期待利得は 3 である。他方，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が比較的少ない領域の点を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される進化的均衡点へ行き，平均期待利得が 5/3 の社会しか創発させることができない。点 L における p_1 は，4.5 節と同様の計算によって，$\overline{p_1}=1/5$ となっている。

4.7

表 8 は，第 3 の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば60%の確率で離反し，40%の確率で協力する「60%のおうむ返し」戦略を加えたものである。自分が離反し，この第

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	2,0.4
T	3,3	0.4,2	3,3

表 8

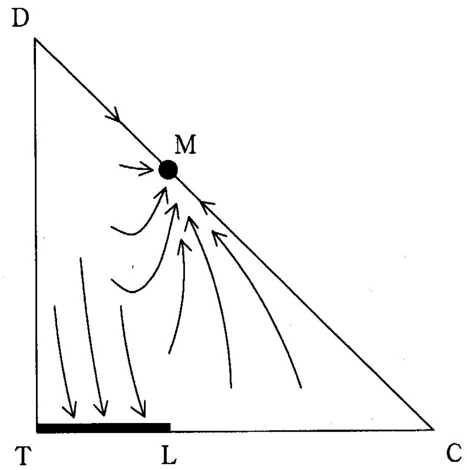


図 8

3の戦略に遭遇すると，利得は (0.4) (5) + (0.6) (0) =2 となると考えられる。この場合，

$\dot{p}_1 = kp_1(-0.6p_2^2 + 1.6p_2 - 3.6p_1p_2)$

$\dot{p}_2 = kp_2(-0.6p_2^2 + 3p_1 + 1.6p_2 - 3.6p_1p_2 - 1)$

$\dot{p}_3 = kp_3(-0.6p_2^2 + p_2 - 3.6p_1p_2)$

であることより，動学を表す図は図 8 のようになる。$V_1 = V$ かつ $V_2 = V$ より

$p_1 = 1/3$

が得られる。このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が多い領域の点を初期点として選択すると，時間が経過するにつれて利得が常に増加していく方向に動き，最終的に進化的均衡領域 TL 上へ行く。この領域での平均期待利得は 3 である。他方，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が比較的少ない領域の点を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3) = (1/3, 2/3, 0)$ で表される進化的均衡点へ行き，平均期待利得が 5/3 の社会しか創発させることができない。点 L における p_1 は，同様の計算によって，$\overline{p_1} = 1/3$ となっている。

4.8

表 9 は，第 3 の戦略として，相手が協力すれば協力するが，離反すれば90％の確率で離反し，残りの10％の確率で協力する「90％のおうむ返し」戦略を加えたものである。自分が離反し，この第3の戦略に遭遇すると，利得は (0.1) (5) + (0.9) (0) =0.5 となると考えられる。この場合，

$\dot{p}_1 = kp_1(-2.4p_2^2 + 3.4p_2 - 5.4p_1p_2)$

$\dot{p}_2 = kp_2(-2.4p_2^2 + 4.5p_1 + 4.9p_2 - 5.4p_1p_2 - 2.5)$

$\dot{p}_3 = kp_3(-2.4p_2^2 + 2.5p_2 - 5.4p_1p_2)$

であることより，動学を表す図は図 9 のようになる。$V_1 = V$ かつ $V_2 = V$ に $p_1 = 1 - p_2$ を代入すると，

$p_2 = 2/3$

が得られる。このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が比較的多い領域の点を初期点と

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	0.5,0.1
T	3,3	0.1,0.5	3,3

表 9

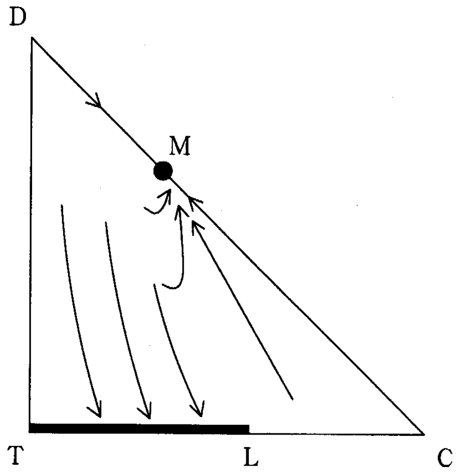


図 9

して選択すると，時間が経過するにつれて利得が常に増加していく方向に動き，最終的に進化的均衡領域 TL 上へ行く。この領域での平均期待利得は 3 である。他方，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が比較的少ない領域の点を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される進化的均衡点へ行き，平均期待利得が 5/3 の社会しか創発させることができない。点 L における p_1 は，同様の計算によって，$\overline{p_1}=5/9$ となっている。

4.9

	C	D	T
C	3,3	1,5	6,3
D	5,1	0,0	0,0
T	3,6	0,0	6,6

表10

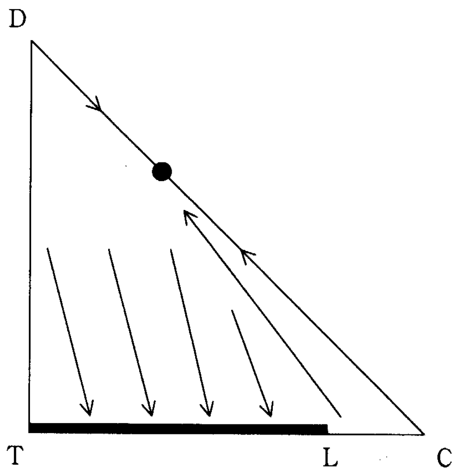


図10

表10は，第 3 の戦略として，自分が協力すればそれに追加的に報いてくれるタイプのおうむ返しを加えたものである。自分が協力し，このタイプのおうむ返し戦略に遭遇すると，利得は $(-1.5)(1)+(2.5)(3)=6$ となるとする。この第 3 の戦略をとる生物同志が出会う時には，ともに 6 の利得を得られるとする。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(-6p_2^2+7p_2-9p_1p_2)$$

$$\dot{p}_2=kp_2(-6p_2^2+8p_1+12p_2-9p_1p_2-6)$$

$\dot{p}_3 = kp_3(-6p_2^2 + 6p_2 - 9p_1p_2)$

であることより，動学を表す図は図10のようになる。この場合は，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が比較的多い領域の点を初期点として選択すると，時間が経過するにつれて利得が常に増加していく方向に動き，最終的に 3.75～6 の高い平均期待利得の社会が創発される。他方，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が少ない領域の点を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3) = (1/3, 2/3, 0)$ で表される進化的均衡点へ行き，平均期待利得が 5/3 の社会しか創発させることができない。$V_2 = V$ に $p_2 = 0$ を代入すると，

$p_1 = 3/4$

となる。したがって，点Lは $\overline{p_1} = 3/4$ の点である。

4.10

	C	D	T
C	3,3	1,5	4,3
D	5,1	0,0	0,0
T	3,4	0,0	4,4

表11

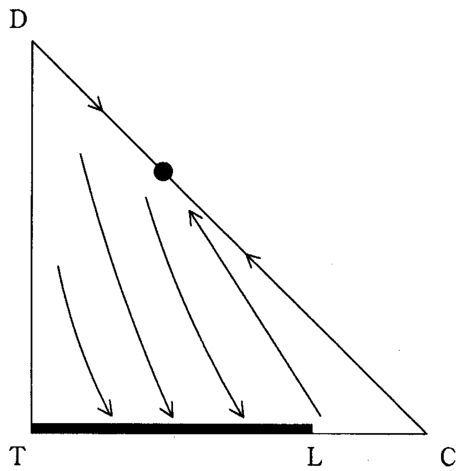


図11

表11も，第3の戦略として，自分が協力すればそれに追加的に報いてくれるタイプのおうむ返しを加えたものである。自分が協力し，このタイプのおうむ返し戦略に遭遇すると，利得は $(-0.5)(1) + (1.5)(3) = 4$ になるとする。この第3の戦略をとる生物同志が出会う時には，ともに4の利得を得られるとする。この場合，

$\dot{p}_1 = kp_1(-4p_2^2 + 5p_2 - 7p_1p_2)$

$\dot{p}_2 = kp_2(-4p_2^2 + p_1 + 13p_2 - 7p_1p_2 - 4)$

$\dot{p}_3 = kp_3(-4p_2^2 + 4p_2 - 7p_1p_2)$

であることより，動学を表す図は図11のようになる。この場合は，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が比較的多い領域の点を初期点として選択すると，時間が経過するにつれて常に利得が増加していく方向に動き，最終的に 10/3～4 の高い平均期待利得の社会が創発される。他方，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が少ない領域の点を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3) = (1/3, 2/3, 0)$ で表される進化的均衡点へ行き，平均期待利得が 5/3 の社会しか創発させることができない。$V_2 = V$ に $p_2 = 0$ を代入すると，

$p_1=2/3$

となる。したがって，点Lは $\overline{p_1}=2/3$ の点である。

4.11

	C	D	T
C	3,3	1,5	$2x+1$,3
D	5,1	0,0	0,0
T	3,$2x+1$	0,0	$2x+1$,$2x+1$

表12

4.9, 4.10節のようなおうむ返し戦略のヴァリエーションを表す利得行列は，一般に，表12のように表現できる。すなわち，相手が離反すれば離反するが，協力した場合には協力：離反を $x:1-x$ の比率 $(x>1)$ で返してくれる，という戦略になっている。したがって，1行3列の利得は，$(1-x)(1)+(x)(3)=2x+1$ のように協力と離反の線型結合によって得られる。また，この第3の戦略をとる生物同志が出会う時には，ともに $2x+1$ の利得を得られるとする。表12の利得行列を使うと，

$$V=(2x+1)p_2^2+(-2x+2)p_1-2(2x+1)p_2+(2x+4)p_1p_2+2x+1$$

$$V_1=(-2x+2)p_1-2xp_2+2x+1$$

$$V_2=5p_1$$

となり，$V_2=V$ は，

$$(2x+1)p_2^2-2(2x+1)p_2+(-2x-3)p_1+(2x+4)p_1p_2+2x+1=0$$

となる。$p_2=0$ を代入すると，

$$\overline{p_1}=(2x+1)/(2x+3)$$

となる。これより，

$$d\overline{p_1}/dx=4(2x+3)^{-2}>0,\quad d^2\overline{p_1}/dx^2=-16(2x+3)^{-3}<0$$

である。また，V に $p_1=(2x+1)/(2x+3)$，$p_2=0$ を代入して整理すると，

$$V=5(2x+1)/(2x+3)$$

となる。さらに，V に $p_2=0$ を代入して x で微分すると，

$$dV/dx=2-2p_1>0$$

となる。

$\overline{p_1}$ と x の関係をグラフで表すと，次の図12のような凹関数になる。

上の計算と図12より以下のことがいえる。

1 x が大きくなればなるほど，$\overline{p_1}$ が大きくなり，辺TC上の進化的均衡領域TLが広がっていく。

2 このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が少ない領域を初期点として選択すると，$(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される，5/3の平均期待利得の集団になる。

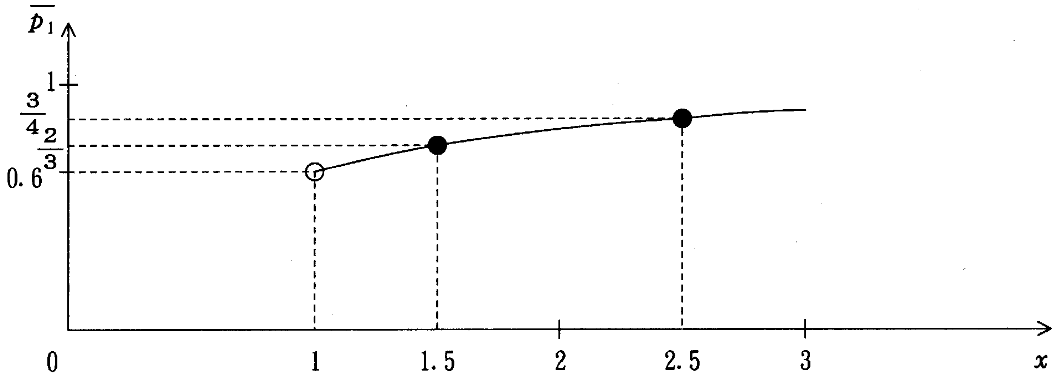


図12

3　TL上の利得は，$5(2x+1)/(2x+3)$ から $2x+1$ の範囲であると表され，xが大きい場合ほどTL上の任意の各点での平均期待利得が大きくなる。

4.12

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	0,0
T	3,3	0,0	3,3

表13

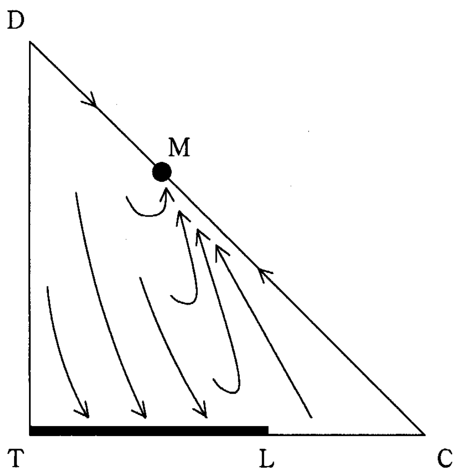


図13

表13は，第3の戦略として，「通常のおうむ返し」戦略を加えたものである。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(-3p_2^2+4p_2-6p_1p_2)$$
$$\dot{p}_2 = kp_2(-3p_2^2+11p_2-6p_1p_2-3)$$
$$\dot{p}_3 = kp_3(-3p_2^2+3p_2-6p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図13のようになる。第3の戦略として，1/2，60%，90%のおうむ返し戦略を加えた場合と同様の図が描けて，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が比較的多い領域の点を初期点として選択すると，時間の経過とともに利得が常に増加していく方向に動き，最終的に進化的均衡領域TL上へ行く。この領域での平均期待利得は3である。他方，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が少ない領域の点を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される進化的均衡点へ行き，平均期待利得が5/3の社会しか創発させることができない。点Lにおける p_1 は，同様の計算によって，

$\overline{p_1}=3/5$ の点となっている。

4.13

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,4
D	5,1	0,0	0,0
T	4,3	0,0	4,4

表14

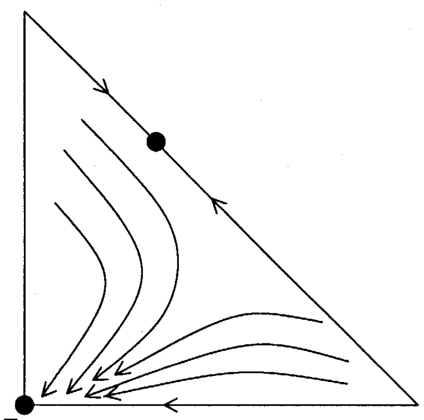


図14

表14は，第３の戦略として，相手に協力した場合に協力した相手よりさらに追加的に利得を得られるタイプのおうむ返しを加えたものである。この第３の戦略をとる生物同志が出会う時には，ともに４の利得を得られるとする。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(-4p_2^2+p_1+6p_2-7p_1p_2-1)$$
$$\dot{p}_2=kp_2(-4p_2^2+6p_1+8p_2-7p_1p_2-4)$$
$$\dot{p}_3=kp_3(-4p_2^2+p_1+4p_2-7p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図14のようになる。この場合は，$(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される点付近の斜辺 CD 上を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される 5/3 の平均期待利得の集団へと進化してしまうが，三角形 CDT の任意の内点を初期点として選択すれば，最終的に頂点Tへ行き，このタイプのおうむ返し戦略のみが生き残ることができる。

4.14

表15も，第３の戦略として，相手に協力した場合に協力した相手よりさらに追加的に利得を得られるタイプのおうむ返しを加えたものである。この第３の戦略をとる生物同志が出会う時には，ともに4.5の利得を得られるとする。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(-4.5p_2^2+1.5p_1+7p_2-7.5p_1p_2-1.5)$$
$$\dot{p}_2=kp_2(-4.5p_2^2+6.5p_1+9p_2-7.5p_1p_2-4.5)$$
$$\dot{p}_3=kp_3(-4.5p_2^2+1.5p_1+4.5p_2-7.5p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図15のようになる。この場合は，$(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される点付近の斜辺 CD 上を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される 5/3 の平均期待利得の集団へと進化してしまうが，三角形 CDT の任意の内点を

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,4.5
D	5,1	0,0	0,0
T	4.5,3	0,0	4.5,4.5

表15

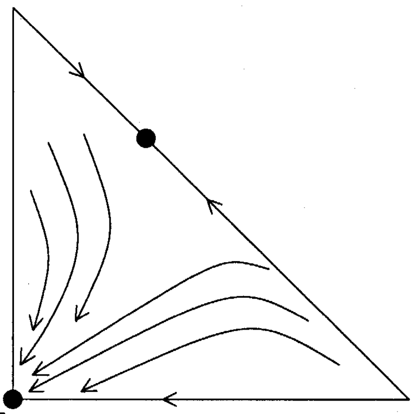


図15

初期点として選択すれば，最終的に頂点Tへ行き，このタイプのおうむ返し戦略のみが生き残ることができる。

4.15

	C	D	T
C	3,3	1,5	6,3
D	5,1	0,0	−5,−1
T	3,6	−1,−5	6,6

表16

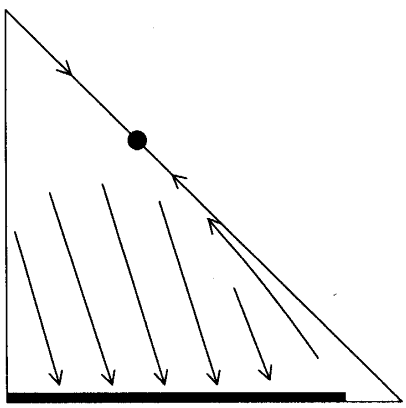


図16

表16は，第３の戦略として，自分が協力すればそれに追加的に報いてくれるが，離反し，この戦略と出会うと，通常のおうむ返し戦略と出会う場合の罰(５)の２倍の罰を受ける，すなわち，$5-5\times2=-5$ の利得しか得られなくなる戦略を加えたものである。また，相手が離反し，この戦略をとると，利得は $(-1)(1)+(2)(0)=-1$ となる。これまでの第３の戦略の中で協力者に対して最も優しく，離反者に対して最も厳しい戦略である。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(-12p_2^2+13p_2-15p_1p_2)$$

$$\dot{p}_2=kp_2(-12p_2^2+13p_1+23p_2-15p_1p_2-11)$$

$$\dot{p}_3=kp_3(-12p_2^2+11p_2-15p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図16のようになる。このタイプの戦略をとる生物の割合が比

較的多い領域の点を初期点として選択すると，時間が経過するにつれて利得が常に増加していく方向に動き，最終的に45/13～6の高い平均期待利得の社会が創発される。他方，このタイプの戦略をとる生物の割合が少ない領域を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される進化的均衡点へ行き，平均期待利得が5/3の社会しか創発させることができない。点Lにおける p_1 は，同様の計算によって，$p_1=11/13$ の点となっている。4.9節と比較すると，進化的均衡領域TLは広くなっている。また，最終的にその領域上の同じ点に到達する共通の初期点および進化経路における平均期待利得を比較すると，最終的には同じ利得の点へ到達しても進化過程における利得は小さくなっている。

4.16

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	−5,−1
T	3,3	−1,−5	3,3

表17

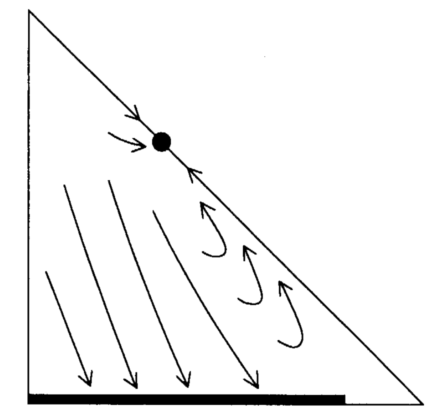


図17

表17は，第3の戦略として，「2倍のおうむ返し」戦略を加えたものである。この戦略では，相手が協力すれば協力するが，離反すれば，利得は $(-1)(1)+(2)(0)=-1$ となる。また，自分が離反し，この戦略と出会うと，通常のおうむ返し戦略と出会う場合の罰(5)の2倍の罰を受ける，すなわち，$5-5\times2=-5$ の利得しか得られなくなる。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(-9p_2^2+10p_2-12p_1p_2)$$

$$\dot{p}_2=kp_2(-9p_2^2+10p_1+17p_2-12p_1p_2-8)$$

$$\dot{p}_3=kp_3(-9p_2^2+8p_2-12p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図17のようになる。第3の戦略として，1/2，60%，90%，通常のおうむ返し戦略を加えた場合と同様の図が描けて，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が比較的多い点を初期点として選択すると，最終的に進化的均衡領域TLへ行く。この領域での平均期待利得は3である。他方，このタイプのおうむ返し戦略をとる生物の割合が少ない点を初期点として選択すると，最終的に $(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される進化的均衡点へ行き，平均期待利得が5/3の社会しか創発させることができない。点Lにおける p_1 は，同様の計算によって，$\overline{p_1}=4/5$ の点となっている。

4.17

	C	D	T
C	3,3	1,5	3,3
D	5,1	0,0	$5-5v,1-v$
T	3,3	$1-v,5-5v$	3,3

表18

4.3〜4.8節，4.12節，4.16節のようなおうむ返し戦略のヴァリエーションを表す利得行列は，一般に，表18のように表現できる。すなわち，相手が協力すれば協力するが，離反した場合には協力：離反を $1-v$：v の比率で返す，という戦略になっている。したがって，3行2列，2行3列の利得はそれぞれ，$(1-v)(1)+v(0)=1-v$，$(1-v)(5)+v(0)=5-5v$ のように協力と離反の線型結合によって得られる。また，自分が離反し，第3の戦略に出会う場合には，利得は $5-5v$ となり，離反する場合に第3の戦略から受ける罰（$5-(5-5v)=5v$）が，通常のおうむ返しから受ける罰(5)の v 倍になると考えられている。表18の利得行列を使うと，

$$V=(6v-3)p_2^2-6vp_2+6vp_1p_2+3$$

$$V_1=3-2p_2$$

$$V_2=5vp_1-(5-5v)p_2+5-5v$$

となり，$V_2=V$ は，

$$(6v-3)p_2^2+(5-11v)p_2-5vp_1+6vp_1p_2+5v-2=0$$

となる。$p_2=0$ を代入すると，

$$\overline{p_1}=1-2/(5v)$$

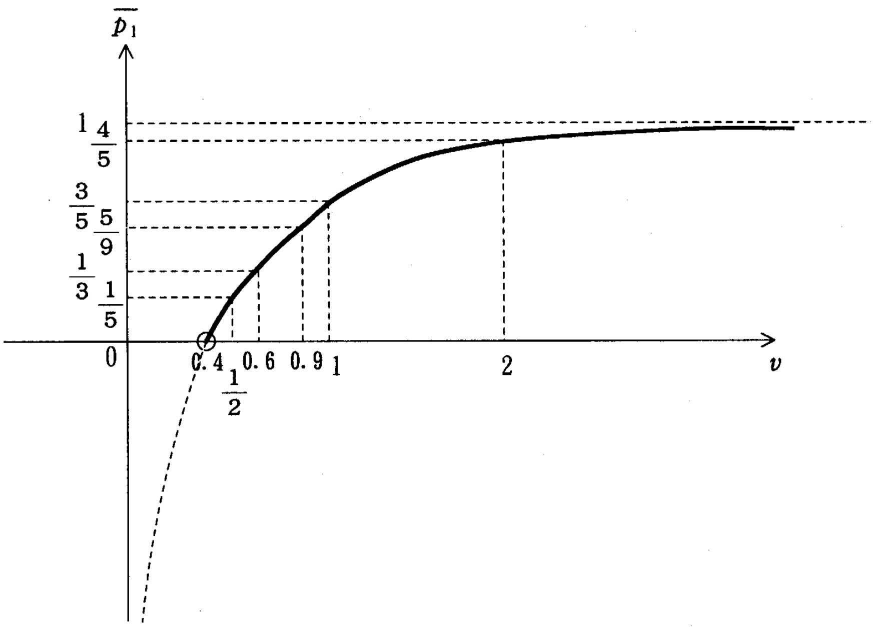


図18

となる。また，$V_1=V$ かつ $V_2=V$ より，

$$-5vp_1+(3-5v)p_2+5v-2=0$$

が得られ，$p_1=1-p_2$ を代入すると，

$$p_2=2/3$$

が得られる。p_1 と v の関係をグラフで表すと，次の図18のような双曲線になる。

上の計算と図18より，以下のことがいえる。

1　40%を超えるおうむ返し戦略を第3の戦略として加えた場合は，すべての図において，最終的に，$(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される，平均期待利得が5/3の集団にもなりうるが，平均期待利得が3の協力的な戦略も創発される。

2　40%を超えるおうむ返し戦略を第3の戦略として加えると，同様の図が描けて，vが大きくなればなるほど，$\overline{p_1}$ が大きくなり，辺TC上の進化的均衡領域TLが広がっていく。

4.18

	C	D	P
C	3,3	1,5	3,2
D	5,1	0,0	−1,3
P	2,3	3,−1	2,2

表19

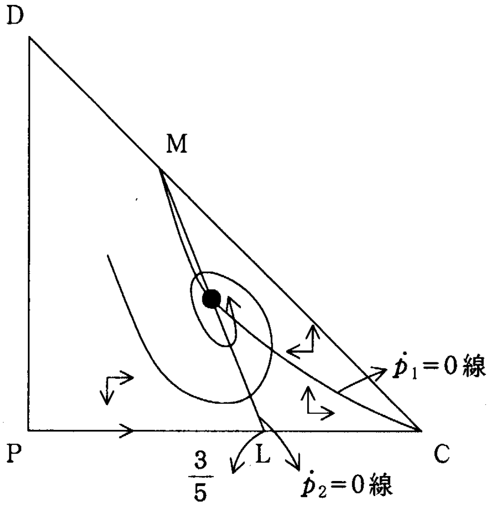


図19

表19は，第3の戦略として，「懲罰」(punisher) 戦略[8]を加えたものである。この戦略をとる生物は，協力戦略をとる生物と出会うと，協力戦略をとる場合より小さい利得である2の利得しか得られないが，離反戦略をとる生物と出会うと，3の利得が得られ，相手を餌食にする。また，懲罰戦略同志が出会うと，2の利得が得られるとする。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(-p_1-3p_1p_2+1)$$
$$\dot{p}_2=kp_2(5p_1+3p_2-3p_1p_2-3)$$
$$\dot{p}_3=kp_3(-p_1+3p_2-3p_1p_2)$$

となり，$\dot{p}_1=0$ より，$dp_2/dp_1=(-1/3)p_1^{-2}<0$，$d^2p_2/dp_1^2=(2/3)p_1^{-3}>0$ であり，$\dot{p}_2=0$ より，$dp_2/dp_1=(-2/3)(1-p_1)^{-2}<0$，$d^2p_2/dp_1^2=(-4/3)(1-p_1)^{-3}<0$ であることより，動学を表す

(8)　Hirshleifer=Coll (1988, pp. 387〜390) 参照。

図は図19のようになる。この場合は，時間が経過するにつれて，渦を巻いて内点である $(p_1, p_2, p_3)=(1/2, 1/3, 1/6)$ で表される進化的均衡点へ行き，平均期待利得が 7/3 の社会が創発される。

4.19

	C	D	J
C	3,3	1,5	2.8,3.2
D	5,1	0,0	0,0
J	3.2,2.8	0,0	1.12,1.12

表20

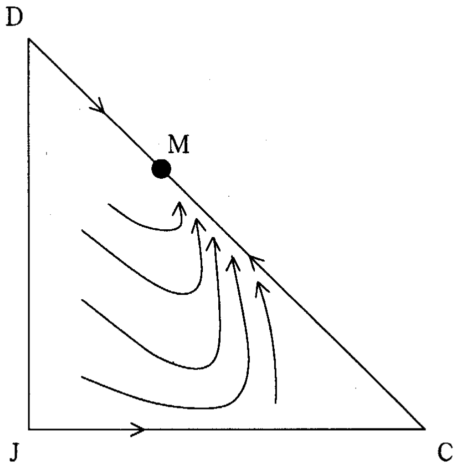


図20

表20は，第３の戦略として，「食い逃げ」戦略を加えたものである。この戦略は相手が離反すれば離反するが，協力すれば，９割だけ協力し，相手の協力を食い逃げする戦略である。この戦略をとる生物が協力戦略をとる生物と出会うと，(0.9)(3)＋(0.1)(5)＝3.2 の利得が得られ，相手の協力戦略をとる生物は，(0.9)(3)＋(0.1)(1)＝2.8 の利得しか得られなくなる。また，食い逃げ戦略をとる生物同志が出会うと，1.12の利得しか得られないものとする。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(1.88p_1^2-1.12p_2^2-3.56p_1+0.44p_2-2.24p_1p_2+1.68)$$
$$\dot{p}_2=kp_2(1.88p_1^2-1.12p_2^2+1.24p_1+2.24p_2-2.24p_1p_2-1.12)$$
$$\dot{p}_3=kp_3(1.88p_1^2-1.12p_2^2-1.68p_1+1.12p_2-2.24p_1p_2)$$

であることより，動学を表す図は図20のようになる。どの点を初期点として選択しても，最終的に，$(p_1, p_2, p_3)=(1/3, 2/3, 0)$ で表される進化的均衡点へ行く。平均期待利得が 5/3 の利得の低い社会になってしまうのである。

4.20

表21は，第３の戦略として，「反対をとる」戦略を加えたものである。この戦略は相手が協力すれば離反し，離反すれば協力する戦略である。この戦略をとる生物同志が出会うと，一方は協力し他方は離反するから，一方は１，他方は５の利得が得られる。よって，期待利得は 0.5(1)＋0.5(5)＝3 となると考えられる。この場合，

$$\dot{p}_1=kp_1(3p_2^2+2p_1-2)$$
$$\dot{p}_2=kp_2(3p_2^2-5p_2+2)$$
$$\dot{p}_3=kp_3(3p_2^2+2p_1-2p_2)$$

	C	D	O
C	3,3	1,5	1,5
D	5,1	0,0	5,1
O	5,1	1,5	3,3

表21

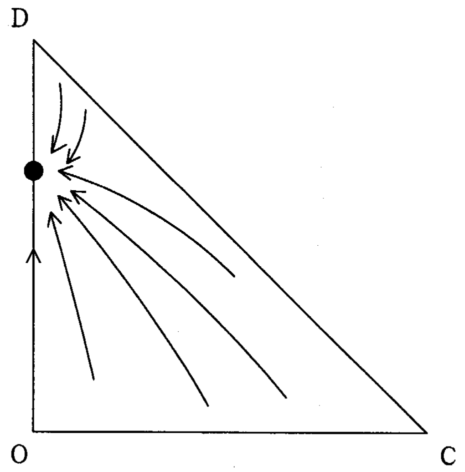


図21

であることより，動学を表す図は図21のようになる。この場合は，$0 \leq p_2 < 2/3$ の領域ではどの点を初期点として選択しても，時間が経過するにつれて利得が常に減少していく方向に動き，$2/3 < p_2 \leq 1$ ではどの点を初期点として選択しても，時間が経過するにつれて利得が常に増加していく方向に動き，$(p_1, p_2, p_3) = (0, 2/3, 1/3)$ が進化的均衡点になっている。最終的に，平均期待利得が 5/3 の利得の低い社会になってしまうのである。

4.21

	C	D	D
C	3,3	1,5	1,5
D	5,1	0,0	0,0
D	5,1	0,0	0,0

表22

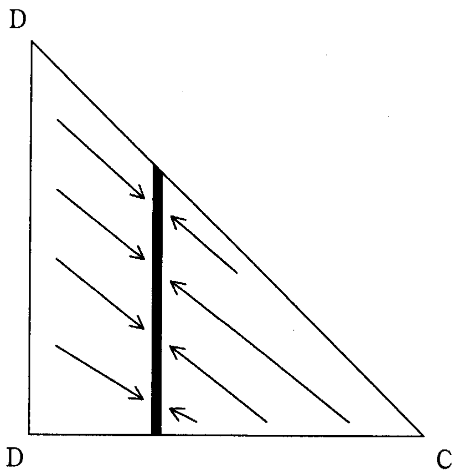


図22

表22は，第 3 の戦略として，「離反」戦略を加えたものである。この戦略は相手が協力しても離反しても離反する戦略である。この場合，

$$\dot{p}_1 = kp_1(3p_1^2 - 4p_1 + 1)$$

$$\dot{p}_2 = kp_2(3p_1^2 - p_1)$$

$$\dot{p}_3 = kp_3(3p_1^2 - p_1)$$

であることより，動学を表す図は図22のようになる。この場合は，$0 \leq p_1 < 1/3$ の領域ではどの

点を初期点として選択しても，時間が経過するにつれて利得が常に増加していく方向に動き，$1/3<p_1\leq 1$ の領域ではどの点を初期点として選択しても，時間が経過するにつれて利得が常に減少していく方向に動き，$p_1=1/3$ が進化的均衡領域になっている。最終的に，平均期待利得が5/3の利得の低い社会になってしまうのである。

以上の各戦略を第3の戦略として加えた場合の，各集団の平均期待利得 V の推移と，加えられた第3の各戦略の適応度 V_3 の推移を描いたものがそれぞれ＜グラフ1＞と＜グラフ2＞である。＜グラフ1＞より次のようなことがいえる。

1　4.10節のおうむ返し戦略，通常のおうむ返し戦略，4.13節のおうむ返し戦略が第3の戦略として加えられている集団は，平均期待利得（社会的厚生）は単調に増加していく。4.10節のおうむ返し戦略，4.13節のおうむ返し戦略が第3の戦略として加えられている集団は，初期点での特に小さい平均期待利得から大幅に上昇し最終的に3の利得を超える。(9)

2　懲罰戦略が第3の戦略として加えられている集団は，平均期待利得は，上昇→下落→上昇→下落という形で推移する。また，食い逃げ戦略が第3の戦略として加えられている集団は，平均期待利得が最初は上昇していくが，途中でそれが反転して低くなる方へ向かうようになる。

3　その他の戦略が第3の戦略として加えられている集団は，平均期待利得は単調に下落していく。

また，＜グラフ2＞からは次のようなことがいえる。

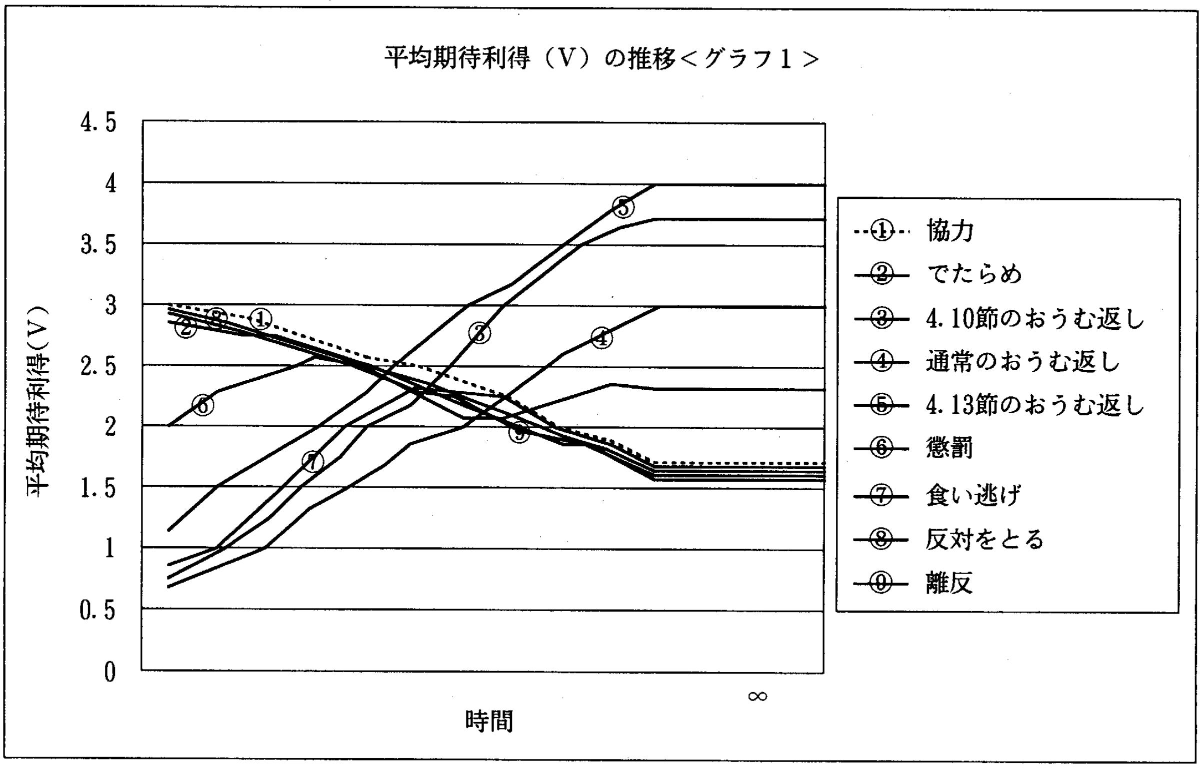
1　4.10節のおうむ返し戦略，通常のおうむ返し戦略，4.13節のおうむ返し戦略の期待利得（適応度）は，単調に増加する。4.10節のおうむ返し戦略の期待利得の上昇率が最も大きい。

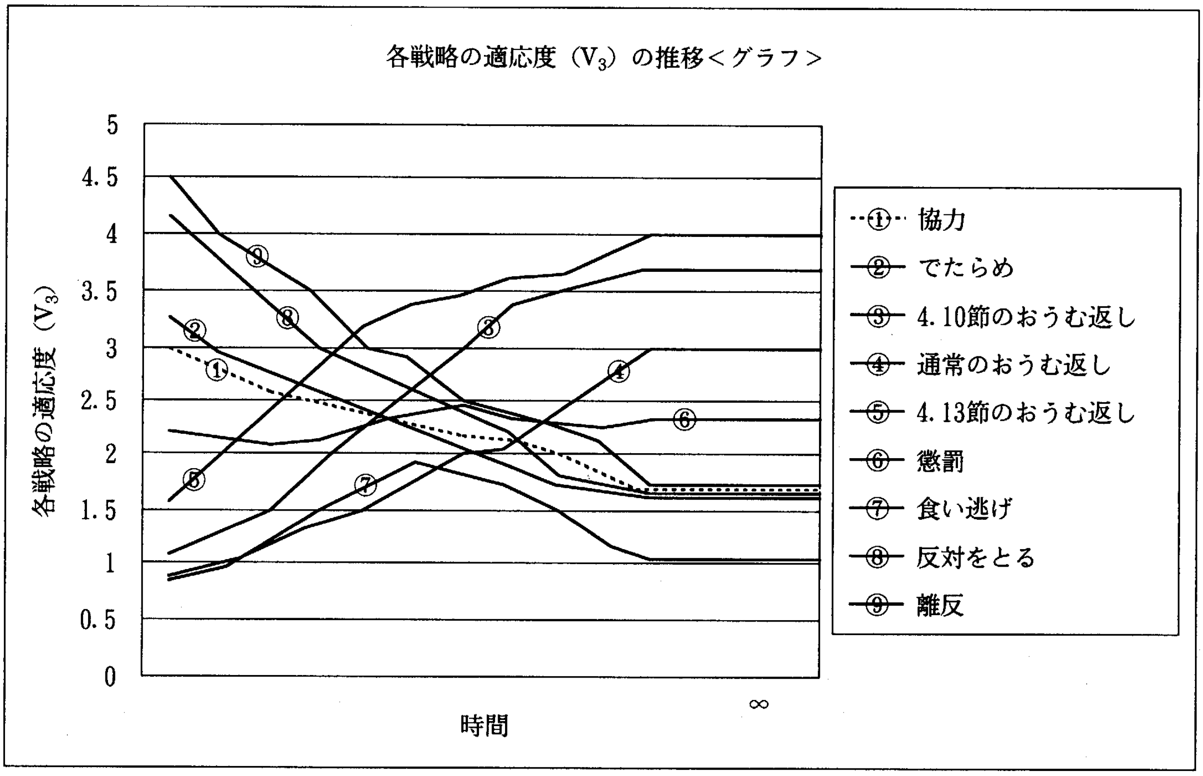
2　懲罰戦略の期待利得は，下落→上昇→下落→上昇という形で推移する。また，食い逃げ戦略の期待利得は，最初は上昇していくが，途中でそれが反転して低くなる方へ向かうようになる。

3　その他の戦略の期待利得は，単調に下落していく。反対をとる戦略と離反戦略は，初期点での特に大きな期待利得から大幅に下落していく。

以上を総括すると，4.3節，4.4節のような，離反者に対する報復が40％未満のおうむ返し戦略が第3の戦略として加えられている場合では，最終的に5/3かそれよりわずかに大きい平均期待利得の社会しか創発させることができない。離反者に対する報復が40％を超えるおうむ返し戦略が第3の戦略として加えられている場合では，協力的な戦略が創発され，離反者を罰する程度を大きくするほど進化的均衡領域が広がる。4.9～4.11，4.13～4.15節タイプのおうむ返

(9)　最終的に協力的な戦略が創発されるケースを描いている。





し戦略をとる者が，最終的に社会をさらに良くし自らの適応度も上昇させる可能性があるので成功例といえるが初期点に注意が必要である。協力者に報いる徳性と協力者との対戦で相手の

協力を生かして追加的な利得を上げることが重要であると考えられる。

<参 考 文 献>

Axelrod, R. (1984), *The Evolution of Cooperation* Basic Books. 松田裕之訳『つきあい方の科学』CBS出版，1987.

Dawkins, R. (1976), *The Selfish Gene.* Oxford University Press. 日高俊隆・岸　由二・羽田節子・垂水雄二訳『利己的な遺伝子』紀伊國屋書店，1991.

Hirshleifer, J. (1982), "Evolutionary Models in Economics and Law: Cooperation Versus Conflict Strategies," *Research in Law and Economics,* 4, 1-60.

Hirshleifer, J. and Coll, J. C. M. (1988), "What Strategies can Support the Evolutionary Emergence of Cooperation?" *Jornal of Conflict Resolution,* 32, June, 367-98. [Reprinted in J. Hirshleifer, *The Dark Side of the Force,* Cambridge University Press, 2001, 220-50.]

Hirshleifer, J. and Riley, J. G. (1992), *The Analytics of Uncertainty and Information,* Cambridge University Press.

Maynard Smith, J. (1976), "Evolution and the Theory of Game," *American Scientist,* 64, 41-5.

——— (1982), *Evolution and the Theory of Games,* Cambridge University Press. 寺本　英・梯正之訳『進化とゲーム理論』産業図書，1985.

Poundstone, W. *Prisoners Dilemma—John von Neumann, Game Theory, And the Puzzle of the Bomb* (Doubleday 1992/Oxford University Press 1993) 松浦俊輔他訳『囚人のジレンマ』青土社，1995.

Taylor, P. D. and Jonker, L. B. (1978), "Evolutionarily Stable Strategies and Game Dynamics," *Mathematical Biosciences,* 40, 145-56.

Zeeman, E. C. (1981), "Dynamics of the Evolution of Animal Conflicts," *Journal of Theoretical Biology,* 89, 249-70.

鈴木光男 (1999),『ゲーム理論の世界』勁草書房.

中山幹夫 (1997),『はじめてのゲーム理論』有斐閣ブックス.

山下雅弘 (2002),「進化ゲームにおける動学的均衡」『関西学院経済学研究』第33号.